

CÁLCULOS PARA OTIMIZAÇÃO DO DIMENSIONAMENTO DE TRILHOS UTILIZADOS EM ESTRUTURAS FOTOVOLTAICAS

Arthur Volpato Fontanella¹

José Luiz Salvador²

Resumo: O segmento solar fotovoltaico vem tomando protagonismo no cenário mundial de energias renováveis. A nível nacional, a tecnologia apresentou um crescimento exponencial nos últimos anos, e suas projeções são continuamente otimistas. Quando se fala de um sistema fotovoltaico, um dos principais componentes que o constituem são as estruturas de fixação, pois são responsáveis pela sustentação e durabilidade de todo o conjunto. Deste modo, o presente trabalho teve como foco o estudo dos trilhos que compõe uma estrutura fotovoltaica de fixação aos telhados. Eles funcionam como vigas em sua aplicação, e estão submetidos a um carregamento distribuído que geram esforços de flexão no perfil, decorrentes da ação de vento atuantes sob a estrutura. Portanto, desenvolveu-se um método de cálculo capaz de otimizar seu dimensionamento, de forma que traga ao projetista um procedimento para análise dos efeitos de flexão no trilho, obtendo os resultados de número de apoios e distanciamentos necessários, a fim de possibilitar um melhor aproveitamento no perfil utilizado. Os modelos de viga que caracterizam a instalação dos trilhos, podem possuir mais de dois apoios, o que as classificam como estaticamente indeterminadas. Logo, utilizaram-se conceitos específicos da disciplina de Resistência dos Materiais, tais como o método das integrações para determinação da linha elástica na viga e suas respectivas reações, para então serem calculados os momentos fletores críticos na viga e possibilitar a análise proposta no trabalho.

Palavras-chave: Segmento solar. Estrutura fotovoltaica. Dimensionamento. Trilhos. Vigas estaticamente indeterminadas.

1 INTRODUÇÃO

As estruturas metálicas são componentes de extrema importância na construção de um projeto para sistema fotovoltaico. São elas que garantem a sustentação do conjunto, e a fixação de seus componentes nas diversas aplicações que possam estar submetidas, seja num estabelecimento residencial, com fixação do conjunto aos telhados, ou em estruturas de solo em grandes usinas. O seu

¹ Graduando em Engenharia Mecânica, ano: 2022. E-mail: arthur.vf@hotmail.com

² Professor do Centro Universitário UniSATC. E-mail: jl.salvador@hotmail.com

dimensionamento adequado é fundamental para um bom funcionamento e durabilidade do sistema.

As estruturas de um projeto fotovoltaico em grande parte são fabricadas em perfis de aço ou extrudados de alumínio, e são desenvolvidas para as mais diferentes necessidades, conforme o modelo de instalação oferecido por cada fornecedor. Dentre os principais componentes que as constituem, identificam-se os trilhos e os grampos, que combinado aos elementos de fixação, são responsáveis pelo arranjo da estrutura.

Por se tratar de um segmento considerado novo no mercado, ainda não existem normas regulamentadoras exclusivas ao tema, o que vem possibilitando o fornecimento de estruturas e perfis mal dimensionados, bem como instalações inadequadas. Fator que além de prejudicar o mercado com a prática de preços reduzidos, coloca em risco todo o investimento e segurança do projeto, estando sujeito a acidentes e prejuízos.

Apesar da ausência de normas específicas para seu dimensionamento, sabe-se que a carga de vento incidente sob as estruturas é o principal agente causador de acidentes nas mesmas. Sendo assim, um dos pontos cruciais de projeto é enquadrá-lo dentro das normas ABNT NBR 6123, a qual rege as condições de vento atuantes sobre edificações.

Portanto, define-se como primordial uma boa análise da engenharia de projeto. Avaliando as cargas resultantes e as variáveis que possam influenciar o desempenho mecânico da estrutura, a fim de condicionar seus limites de resistência, e direcionar o produto a aplicação correta, oferecendo segurança e qualidade no projeto desenvolvido.

Com base nisso, o objetivo geral do presente estudo consta em analisar uma estrutura fotovoltaica com foco nos trilhos que a constituem. Serão desenvolvidos os métodos para realizar o cálculo estrutural e otimizar seu dimensionamento, de forma que seja calculado o número de apoios com distanciamentos necessários na instalação, através de uma avaliação dos resultados de flexão no perfil metálico utilizado.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 O SEGMENTO SOLAR FOTOVOLTAICO NO BRASIL

Nesta seção, faz-se uma apresentação do segmento solar fotovoltaico no Brasil, trazendo informações e dados estatísticos que ressaltam sua relevância no cenário nacional.

2.1.1 Panorama geral do setor

No contexto de sustentabilidade que nos situamos mundialmente, a busca por fontes limpas de energias renováveis vem crescendo progressivamente nos últimos anos, sendo a fonte solar uma das protagonistas dessa expansão.

No Brasil, ela teve o marco inicial regulamentado pela Aneel em 2012, através Resolução Normativa 482, estabelecendo as primeiras regras para sistemas de geração distribuída. Porém, o início da tecnologia no país teve um crescimento lento, devido aos custos elevados e falta de incentivos a sua aplicação.

Nos anos seguintes, houve a criação da NR 687/2015 e revisão da NR 482/2019, visando simplificar e favorecer sua utilização, que teve o cenário impulsionado por fatores como a inflação energética e crise hídrica no país, fomentando ainda mais sua procura (PORTAL SOLAR, 2022).

Além disso, linhas de financiamento e a queda considerável nos preços vem tornando a tecnologia cada vez mais atraente ao consumidor. Considerando o período de 2016 a 2022, os preços de um sistema fotovoltaico residencial de 4kWp apresentaram uma redução de cerca de 44% do seu valor final (GREENER, 2022).

Figura 1: Evolução do preço médio de um sistema fotovoltaico residencial 4kWp



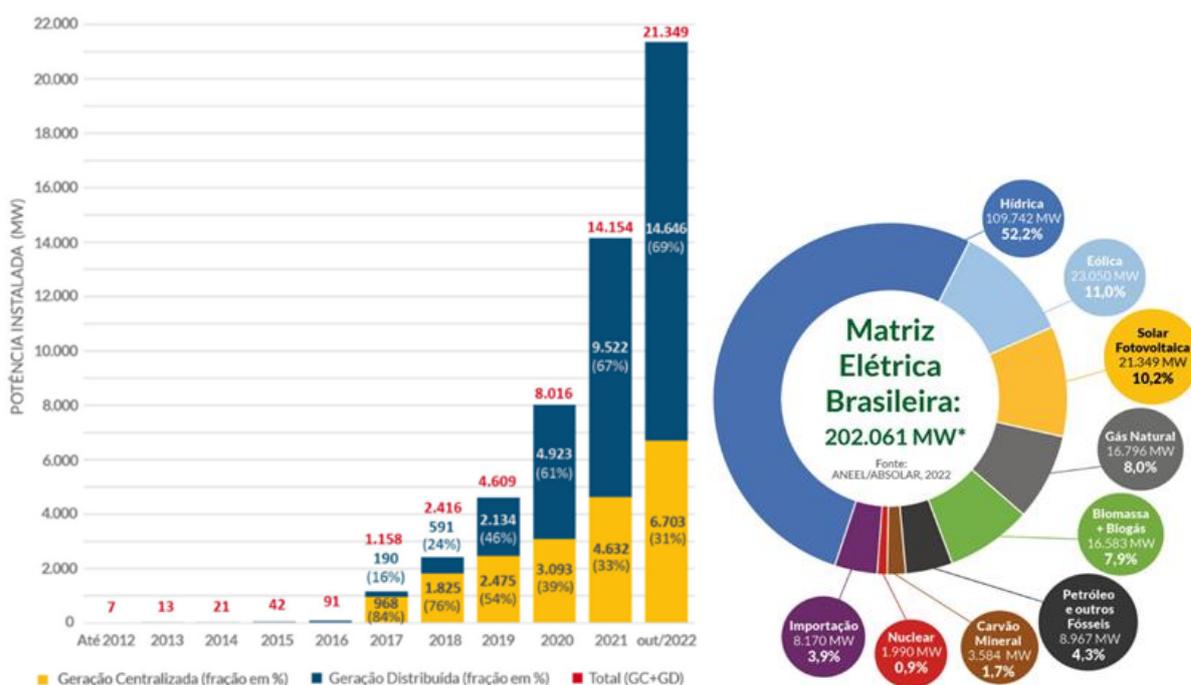
Fonte: GREENER (2022)

Atualmente, a fonte solar fotovoltaica no Brasil chegou à marca de 21,35 GW, um crescimento de mais de 1800% quando comparado a 2017, correspondendo hoje a 10,2% da matriz energética brasileira, e assumindo a 3ª posição no ranking entre as fontes de maior participação no país. Destas, 69% são provenientes de geração distribuída e 31% são de geração centralizada, as quais representam apenas 3,3% da matriz energética brasileira, valor que era de 0,05% ao final de 2016 segundo o MME (2017).

Figura 2: Evolução da fonte solar fotovoltaica e sua representatividade na matriz energética Brasileira

Evolução da Fonte Solar Fotovoltaica no Brasil

Fonte: ANEEL/ABSOLAR, 2022.



Fonte: ANEEL / ABSOLAR (2022)

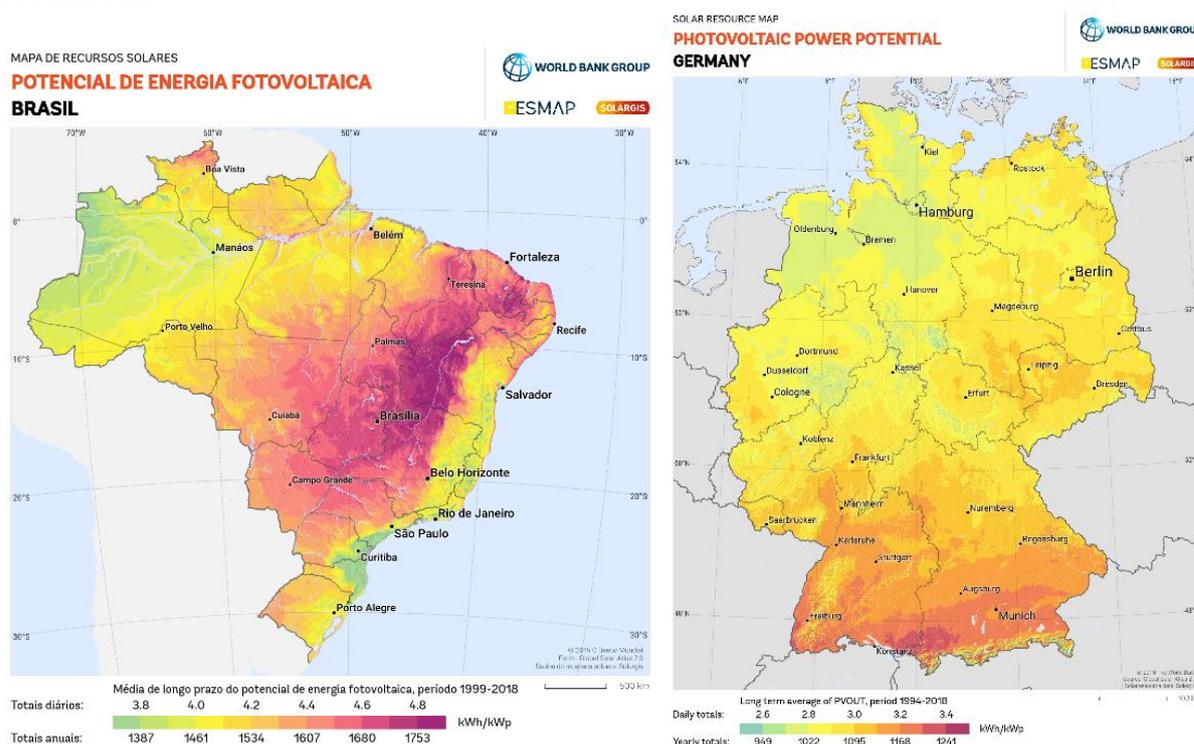
2.1.2 Projeções e potencial de crescimento no país

O Brasil é considerado um país com enorme potencial energético solar, devido sua favorável localização geográfica e níveis de radiação solar durante o ano todo (Pereira et al, 2006). Para efeitos de comparação, na região menos ensolarada do Brasil, é possível gerar mais eletricidade solar do que no local mais ensolarado da Alemanha, referência mundial no segmento (Atlas Brasileiro de Energia Solar, 2017).

Segundo dados levantados pelo PDE (Plano Decenal de Expansão de Energia), para atender os níveis de demanda projetados no país, a expansão energética no Brasil deverá crescer cerca de 3,2% a.a. até 2031, atingindo a marca de 275 GW.

A fonte solar fotovoltaica é vista como um grande potencial de diversificação dessa matriz. Estima-se que ela venha totalizar 45,3 GW em 2031, representando 16,5% da matriz energética brasileira, sendo 10,5 MW derivadas de geração centralizada e 34,8 MW em instalações de geração distribuída. (PDE 2031, 2022).

Figura 3: Comparativo do potencial de geração de energia fotovoltaica entre Brasil e Alemanha.



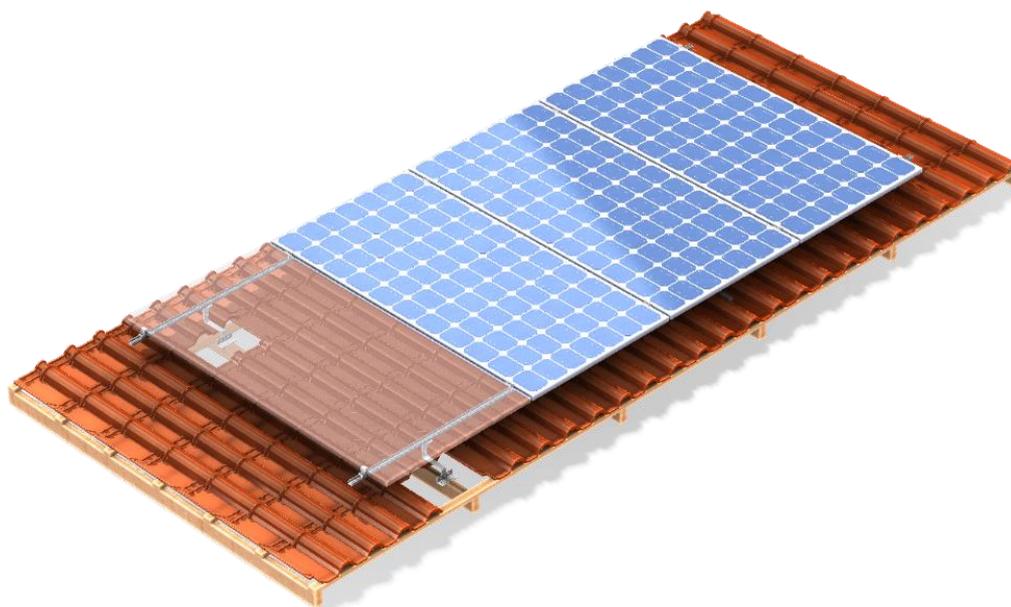
Fonte: © 2020 The World Bank, Global Solar Atlas 2.0, Solar resource data: Solargis.

2.2 EXEMPLIFICAÇÃO DE UMA ESTRUTURA FOTOVOLTAICA

Atualmente existem diversos modelos e soluções de estruturas para atender o mercado solar fotovoltaico. Suas tipologias variam de acordo com o local de instalação, que basicamente divide-se entre estruturas para fixação em telhados ou estruturas de solo.

Dentre as 1,2 milhões instalações fotovoltaicas registradas no Brasil, 82% correspondem a classe residencial e 96% delas são estruturas ligadas a fixação em telhados (GREENER, 2022). A estrutura mais comumente encontrada nesta aplicação, é a solução voltada para fixação em telhado cerâmico, a qual está exemplificada pelo modelo de estrutura da figura 4.

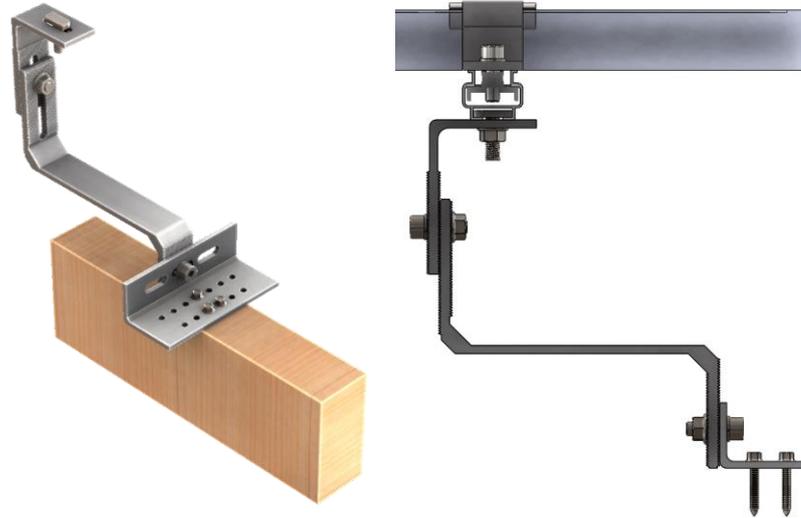
Figura 4: Instalação fotovoltaica em telhado cerâmico.



Fonte: Do autor

Para este tipo de instalação, utiliza-se um conjunto de perfis conhecido como gancho de fixação, representado pela figura 5. Ele é parafusado diretamente nos caibros da estrutura do telhado, e serve de apoio para os trilhos, dos quais serão fixados no suporte com a utilização de uma porca e um parafuso cabeça de martelo. A quantidade de apoios a ser utilizada, deve seguir o padrão de instalação recomendado pelo fabricante da estrutura, respeitando um distanciamento entre vãos indicado pelo mesmo.

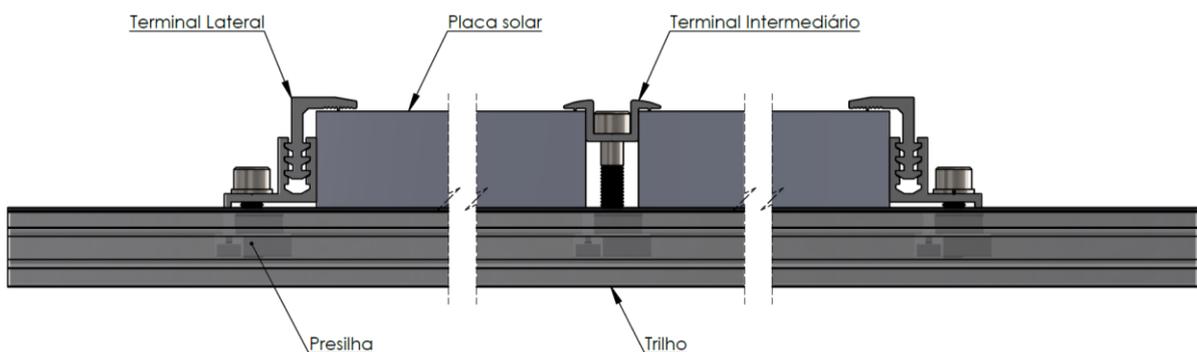
Figura 5: Gancho de fixação e montagem dos componentes.



Fonte: Do autor

Cada módulo é sustentado por 4 pontos de fixação, dos quais utilizam um conjunto de perfis nomeados como terminais laterais e intermediários. Eles estarão parafusados à uma presilha alojada no canal interno dos trilhos, atuando como grampos e realizando o travamento total das placas à estrutura.

Figura 6: Fixação dos módulos no trilho em vista frontal.



Fonte: Do autor

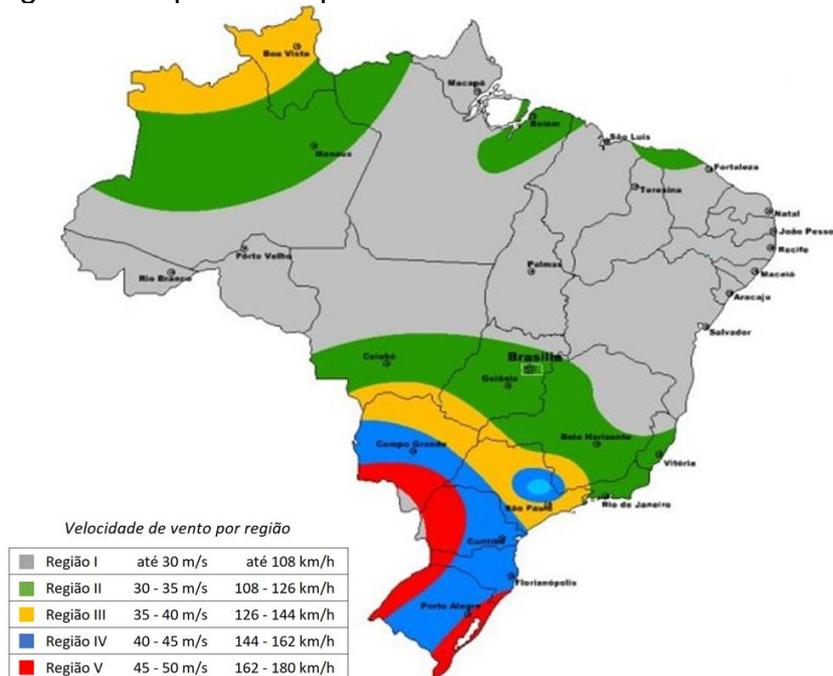
2.3 DEFINIÇÕES NORMATIVAS – ABNT NBR 6123/1988

A principal solicitação mecânica das estruturas em um sistema fotovoltaico, é devida as ações de vento. Elas podem ser determinadas conforme o referencial normativo da ABNT NBR 6123, a qual rege as condições de vento atuantes sob edificações.

2.3.1 Velocidade básica e mapa das isopletas de vento

O primeiro parâmetro, visa determinar uma velocidade básica de vento (V_0) em m/s adequada a localidade do projeto. Ela pode ser definida através do mapa das isopletas de vento, que divide o território nacional em basicamente 5 regiões de vento com velocidades básicas de até 50 m/s.

Figura 7: Mapa das isopletas de velocidade básica de vento.



Fonte: Adaptado de ABNT NBR 6123.

2.3.2 Velocidade característica de vento

Após a determinação da velocidade básica de vento, esta deverá ser corrigida através de fatores que consideram as condições de contorno do projeto, obtendo assim uma velocidade característica aplicada à condição em estudo, conforme a seguinte equação:

$$V_k = V_0 \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \tag{1}$$

Onde:

V_k = Velocidade característica de vento (m/s);

V_0 = Velocidade básica de vento (m/s);

S_1 = Fator topográfico de terreno (---);

S_2 = Fator de rugosidade, dimensões da edificação e altura sobre o terreno (---);

S_3 = Fator probabilístico (---).

Os fatores S_1 , S_2 e S_3 deverão ser selecionados conforme o roteiro de análises especificados pela norma ABNT NBR 6123, podendo resultar em uma diminuição ou não da velocidade básica do vento, de acordo com o direcionamento do projeto a ser realizado.

2.3.3 Pressão dinâmica e carga de vento resultante

Após determinar a velocidade característica (V_k) a partir da velocidade básica (V_0) e os fatores de correção S_1 , S_2 e S_3 , calcula-se a pressão dinâmica exercida pelo vento a partir do princípio de Bernoulli, reescrevendo o conceito da conservação de energia:

$$q = \frac{\rho \cdot V_k^2}{2} \quad \therefore \quad q = \frac{1,225 \cdot V_k^2}{2}$$

$$q = 0,613 \cdot V_k^2 \tag{2}$$

Onde:

q = pressão dinâmica de vento (N/m²);

ρ = peso específico do ar a 15°C e pressão de 1 atm (kg/m³);

V_k = velocidade característica do vento (m/s).

Por fim, para a determinação da carga de vento resultante, aplica-se a pressão dinâmica de vento sob a área em referência (A) em m², resultando assim na carga de vento (Q) em Newtons sob a mesma, representada pela equação (3).

$$Q = q \cdot A \quad (N) \tag{3}$$

2.4 MOMENTO DE INÉRCIA E CENTROIDE

Em Beer & Johnston (1995), o centroide de uma figura plana é o ponto onde está concentrado o seu centro de massa, dado pelas coordenadas \bar{x} e \bar{y} . Pode ser expresso pelo somatório das áreas compostas de uma área maior, e seus respectivos centros geométricos, conforme as equações a seguir:

$$\left(\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot A_i}{A_t} ; \bar{y} = \frac{\sum y_i \cdot A_i}{A_t} \right) \quad (4)$$

Onde:

A_t = área total (mm²);

A_i = área da parte composta (mm²);

$x_i ; y_i$ = distância dos centroides das partes ao eixo de referência (mm).

Segundo Beer & Johnston (1995), o momento de área de 2^a ordem, também conhecido por momento de inércia, está relacionado à inércia de rotação da superfície plana de um perfil em relação ao seu eixo centroidal. É utilizado na resistência dos materiais para verificar a estabilidade de uma viga quando submetida a momento fletor, e pode ser definido por meio das seguintes equações:

$$I_x = \int_A y^2 dA \quad (5)$$

$$I_y = \int_A x^2 dA \quad (6)$$

Entretanto, por apresentarem seções planas complexas, os perfis de alumínio estudados neste artigo, terão seus valores de centroide e momento de inércia obtidos com auxílio do *software CAD SolidWorks*®.

2.5 TENSÃO NORMAL MÁXIMA DEVIDO AO MOMENTO FLETOR

Em Beer & Johnston (1995), a tensão normal provocada numa barra quando ela se flexiona devido a um carregamento transversal, é chamada de tensão de flexão. Ela compreende um estado de tração e compressão na barra, em lados opostos em relação ao seu eixo neutro. São diretamente proporcionais aos momentos fletores, e seu valor máximo pode ser obtido no ponto mais distante da linha neutra. Assim temos:

$$\sigma_x = \frac{M_{máx} \cdot y}{I} \quad (7)$$

Onde:

σ_x = tensão normal de flexão (Pa);

$M_{máx}$ = momento fletor máximo na viga (N·m);

y = maior distância em relação ao eixo centroidal (m);

I = momento de inércia em relação ao eixo de referência (m⁴).

2.6 TENSÃO NORMAL ADMISSÍVEL

Conforme Hibbeler (2010), o projeto de um elemento para resistência é baseado na seleção de uma tensão admissível que o capacitará suportar com segurança a carga pretendida. Há muitos fatores desconhecidos capazes de influenciar a tensão real aplicada a um elemento.

Portanto, é de suma importância na engenharia a atribuição de um fator de segurança adequado, já que a escolha de um valor baixo poderá levar a estrutura a ruptura, e por outro lado um valor muito alto pode levar a inviabilidade econômica do projeto.

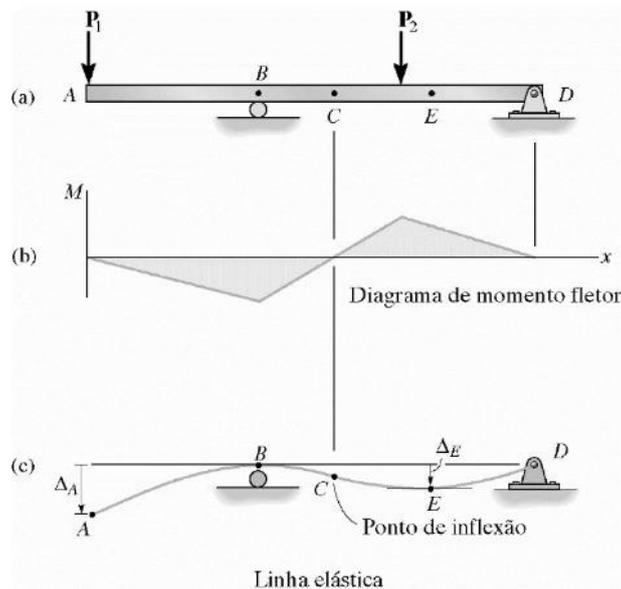
Desta forma, define-se um fator de segurança (FS) relativo à tensão de escoamento (σ_{esc}) do material, selecionado conforme sua aplicação. Assim obtém-se a tensão admissível (σ_{adm}) de projeto:

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_{esc}}{FS} \quad (8)$$

2.7 LINHA ELÁSTICA E EQUAÇÃO DE CURVATURA

Segundo Hibbeler (2010), o diagrama da deflexão que passa pelo centroide de cada área da seção transversal da viga é denominado linha elástica. Para traçar seu comportamento, é necessário saber de que forma a inclinação e deslocamento da viga se restringem perante os tipos de apoios em que ela possa estar submetida.

Figura 8: Linha elástica de uma viga sob carregamento transversal



Fonte: Russell Hibbeler 7th edition (2010, p.422)

Quando uma viga está sujeita a um carregamento transversal e submetida a flexão, o comportamento da linha elástica pode ser determinado através de sua equação de curvatura, na qual parte de uma equação diferencial linear de segunda ordem, e é expresso por:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M(x)}{E \cdot I} \quad (9)$$

Onde:

$M(x)$ = Momento Fletor da viga em função de sua posição x (N·m);

E = Módulo de elasticidade do material (Pa);

I = Momento de inércia da seção transversal em relação a linha neutra (m⁴).

2.8 VIGAS HIPERESTÁTICAS E MÉTODO DAS INTEGRAÇÕES

Segundo Hibbeler (2010), quando um elemento estrutural possui um número de reações desconhecidas, superior ao número de equações de equilíbrio disponíveis, este é classificado como estaticamente indeterminado, ou hiperestático.

Portanto, para seu desenvolvimento faz-se necessário a utilização de equações adicionais que descrevem deformações na viga, e um dos métodos analíticos que visa tal solução, é o Método das Integrações.

Este método consiste na integração sucessiva da equação de curvatura da viga (10), para então obter as funções que determinam sua declividade (11) e linha elástica (12) em qualquer posição, conforme demonstrado a seguir:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M(x)}{E \cdot I} \quad (10)$$

$$\frac{dy}{dx} = \int \frac{d^2y}{dx^2} \quad (11)$$

$$y(x) = \int \frac{dy}{dx} \quad (12)$$

Neste caso, cada integração irá produzir uma constante na equação. Elas poderão ser determinadas sob análise das condições de contorno e continuidade da viga, das quais satisfazem valores conhecidos em seus apoios, onde sua declividade ou flecha poderão ser nulas.

3 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Nesta etapa, apresentam-se as atividades necessárias para realizar o estudo. Será considerado no procedimento desenvolvido, somente os resultados de momento fletor em relação a tensão normal, não levando em conta demais esforços, tais como tensões de cisalhamento e deformações no perfil.

3.1 DETERMINAÇÃO DAS CARGAS ENVOLVIDAS NA ESTRUTURA

Para realizar o dimensionamento da estrutura, faz-se necessário especificar o mercado em que a empresa deseja direcionar seu produto. Definindo a localidade do projeto, os perfis que compõem a estrutura deverão suportar os limites mínimos das cargas de vento impostas pela região aplicada.

Sendo assim, calcula-se a pressão dinâmica de vento conforme os parâmetros normativos orientados no tópico 2.3, e aplica-se a mesma sob a área dos módulos fotovoltaicos.

O peso dos módulos (P) poderá agir contra ou a favor a carga de vento. Quando a ação do vento se caracteriza em estado de sobrepressão, produz um esforço no sentido e direção do vento, neste caso somam-se o peso dos módulos. Para sucção, quando tende a gerar um efeito de arrancamento do telhado, tem seu peso subtraído.

Desta forma, a equação (13) descreve a carga total sob a estrutura, no caso crítico que é a sobrepressão:

$$Q_{total} = (q \cdot A + P) \cdot n_m \quad (13)$$

Onde:

Q_{total} = carga total (N);

q = pressão dinâmica de vento (N/m²);

A = área dos módulos fotovoltaicos (m²);

P = peso dos módulos (N);

n_m = quantidade de módulos da instalação.

Sabendo que a montagem da estrutura é composta por dois trilhos, com peso próprio determinado (PP) em N/m e que servem de apoio aos módulos, estes receberão um carregamento distribuído (Q) ao seu longo de seu comprimento (L). Sendo assim:

$$Q = \frac{Q_{total}}{2 \cdot L} + PP \quad (14)$$

3.2 PROCEDIMENTO PARA DIMENSIONAMENTO DOS TRILHOS

Os trilhos atuam como vigas no funcionamento da estrutura. Estes devem ser fornecidos com um padrão de montagem, de forma a otimizar sua instalação, estabelecendo um número determinado de apoios a serem fixados no telhado, e o distanciamento máximo permissível entre vãos, obedecendo seu limite de resistência a flexão.

3.2.1 Momento fletor máximo

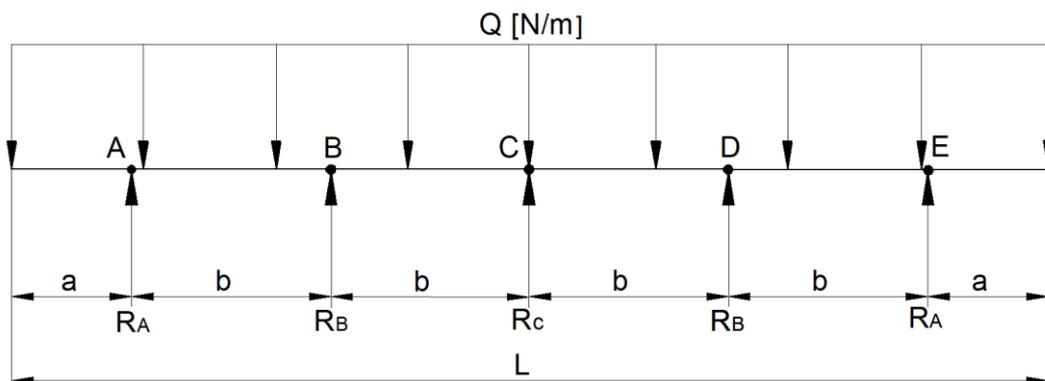
Definido o perfil que será utilizado e conhecido seu momento de inércia, tensão normal admissível e a maior distância a partir da linha neutra, utilizamos a equação (7) a fim de escrever uma expressão para o cálculo do momento fletor máximo a ser admitido no projeto.

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{\sigma_{adm} \cdot I_z}{y} \quad (15)$$

3.2.2 Representação do modelo de viga utilizado

O modelo de viga utilizado na montagem das estruturas, se configura conforme a representação da figura 9, no qual possui uma quantidade n de apoios, separados por um vão livre b , e o excedente das barras nomeadas como a .

Figura 9: Modelo base de viga



Fonte: Do autor

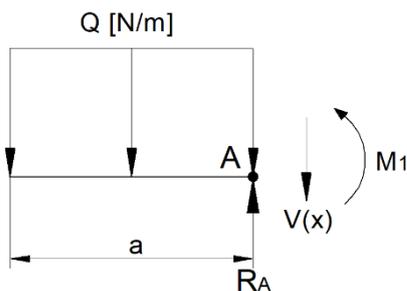
O comprimento da viga é descrito por $L = 2 \cdot a + (n - 1) \cdot b$, e a medida do vão livre b pode ser calculada através da equação (16).

$$b = \frac{L - 2a}{n - 1} \quad (16)$$

3.2.3 Valor limite para o vão em balanço

Como parâmetro, considera-se inicialmente que o maior momento fletor da viga seja M_1 , que representa o momento fletor do vão em balanço e é justificado pela mudança de sinal do esforço cortante na posição $x = a$.

Momento Fletor crítico M_1 :



$$\Sigma M_1 = 0 \quad \therefore \frac{Q \cdot a^2}{2} + M_1 = 0$$

$$M_1 = -\frac{Q \cdot a^2}{2} \quad (17)$$

Desta forma, o valor de a é descrito pela equação (18), ao igualar o valor absoluto do momento fletor M_1 e o momento fletor máximo.

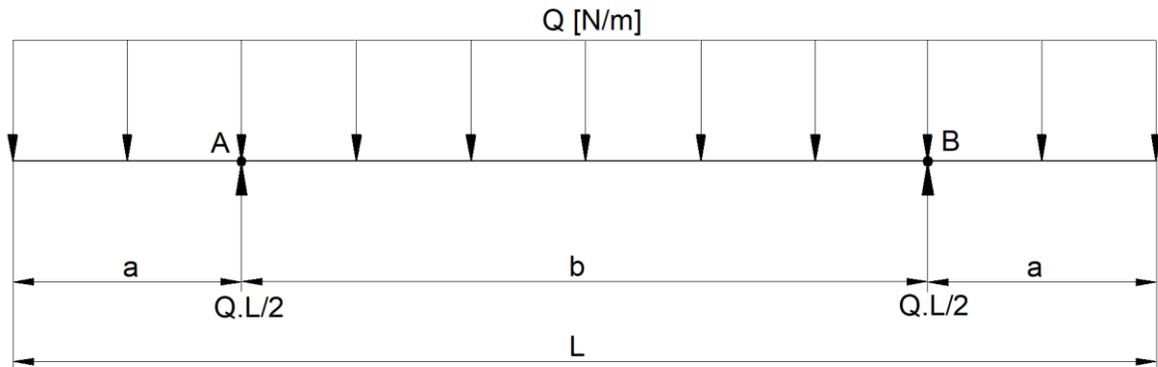
$$|M_1| = M_{m\acute{a}x} \quad \therefore \frac{Q \cdot a^2}{2} = \frac{\sigma_{adm} \cdot I_z}{y}$$

$$a = \sqrt{\frac{2 \cdot M_{m\acute{a}x}}{Q}} \quad (18)$$

3.2.4 Vigas com 2 apoios

Uma viga com 2 apoios terá um bom aproveitamento em relação a flexão, quando os momentos críticos forem iguais ou muito próximos. Para tanto, vamos considerar o modelo de viga do diagrama da figura 10.

Figura 10: Diagrama para o modelo de viga com 2 apoios



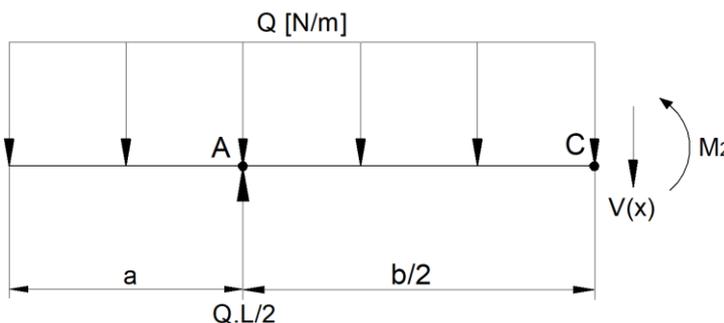
Fonte: Do autor

Pela sua condição de simetria e dois apoios, a reação nos pontos A e B da viga são descritos por:

$$R_A = \frac{Q \cdot L}{2} \quad (19)$$

A viga apresenta um momento fletor crítico M_1 já identificado no tópico 3.2.3, e o momento fletor M_2 no ponto $x = a + \frac{b}{2}$, posição onde o esforço cortante é nulo. Assim temos:

Momento Fletor crítico M_2 :



$$\Sigma M_2 = 0$$

$$\frac{Q \cdot (a+b/2)^2}{2} - \frac{Q \cdot L}{2} \cdot \frac{b}{2} + M_2 = 0$$

$$M_2 = \frac{Q}{8} \cdot (b^2 - 4a^2) \quad (20)$$

Para o melhor aproveitamento do perfil utilizado, faz-se necessário que os valores absolutos dos momentos fletores críticos sejam iguais, assim descrevemos uma equação para estabelecer uma relação entre a e b .

$$|M_1| = |M_2| \quad \therefore \quad \frac{Q \cdot a^2}{2} = \frac{Q}{8} \cdot (b^2 - 4a^2) \quad \therefore \quad b^2 - 4a^2 = 4a^2$$

$$b = 2\sqrt{2} \cdot a \tag{21}$$

3.2.5 Quantidade de apoios necessários

Uma viga com n apoios terá comprimento $L = 2 \cdot a + (n - 1) \cdot b$. Desta forma, substituindo o valor de b em função de a , obtém-se a equação que representa a quantidade n de apoios necessários.

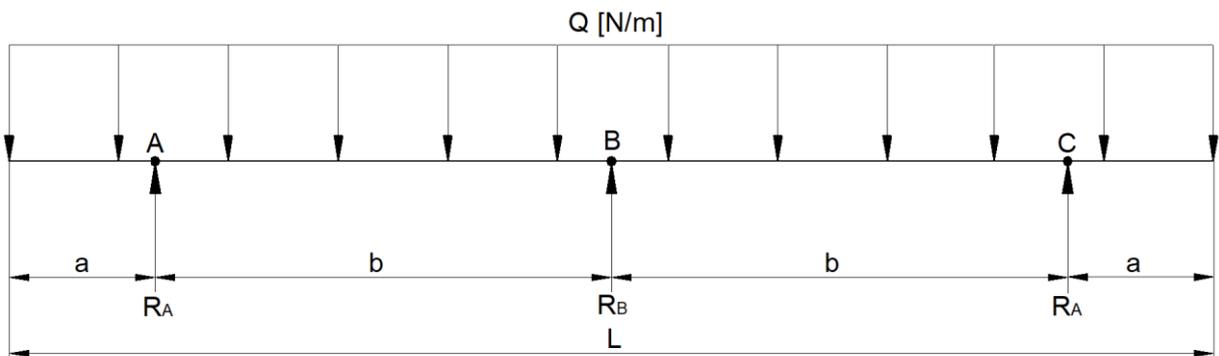
$$L = 2 \cdot a + (n - 1) \cdot b \quad \therefore \quad b = 2\sqrt{2} \cdot a$$

$$n = \frac{(L - 2a) \cdot \sqrt{2}}{4a} + 1 \tag{22}$$

3.2.6 Vigas com 3 apoios

Com base no valor de n calculado, uma possível opção de fixação se dá através de 3 pontos de apoio no telhado, com distanciamento entre vãos b padronizados. Sendo assim, tem-se o padrão conforme o diagrama a seguir:

Figura 11: Diagrama para o modelo de viga com 3 apoios



Fonte: Do autor

3.2.6.1 Equações de deformações

Os trilhos estarão submetidos a momentos fletores, que gerados pelo carregamento distribuído, irão descrever um comportamento de deformação ao longo da barra. Portanto, a fim de determinar a equação da linha elástica para o modelo de viga estabelecido, descreve-se primeiramente a equação singular do momento fletor, em função da posição x na viga:

$$M(x) = -\frac{Q \cdot x^2}{2} + R_A \langle x - a \rangle + R_B \langle x - a - b \rangle + R_A \langle x - a - 2b \rangle \quad (23)$$

Em seguida, conforme apresentado no tópico 2.6, a equação de curvatura na viga pode ser escrita por:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{E \cdot I} \cdot \left(-\frac{Q \cdot x^2}{2} + R_A \langle x - a \rangle + R_B \langle x - a - b \rangle + R_A \langle x - a - 2b \rangle \right) \quad (24)$$

Integrando duas vezes, obtemos respectivamente as equações de declividade e linha elástica na viga:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{E \cdot I} \cdot \left(-\frac{Q \cdot x^3}{6} + R_A \frac{\langle x - a \rangle^2}{2} + R_B \frac{\langle x - a - b \rangle^2}{2} + R_A \frac{\langle x - a - 2b \rangle^2}{2} + C1 \right) \quad (25)$$

$$y(x) = \frac{1}{E \cdot I} \cdot \left(-\frac{Q \cdot x^4}{24} + R_A \frac{\langle x - a \rangle^3}{6} + R_B \frac{\langle x - a - b \rangle^3}{6} + R_A \frac{\langle x - a - 2b \rangle^3}{6} + C1 \cdot x + C2 \right) \quad (26)$$

3.2.6.2 Condições de contorno e definição de R_A

Pela condição de simetria, no centro da viga ($x = a + b$) sua declividade é igual a zero ($\frac{dy}{dx} = 0$). Substituindo na equação (25) determina-se o valor da constante $C1$:

$$C1 = \frac{Q \cdot (a + b)^3}{6} - R_A \frac{b^2}{2}$$

Sabendo que na posição do primeiro apoio ($x = a$), a equação da linha elástica (26) resulta em zero ($y = 0$), obtém-se o valor da constante C2:

$$C2 = \frac{Q \cdot a^4}{24} - \frac{Q \cdot a \cdot (a + b)^3}{6} - R_A \frac{a \cdot b^2}{2}$$

Calculadas as constantes C1 e C2, aplicam-se ambas na equação da linha elástica (26) para o ponto ($x = a + b ; y = 0$), obtendo a expressão que determina o valor da reação em A na viga:

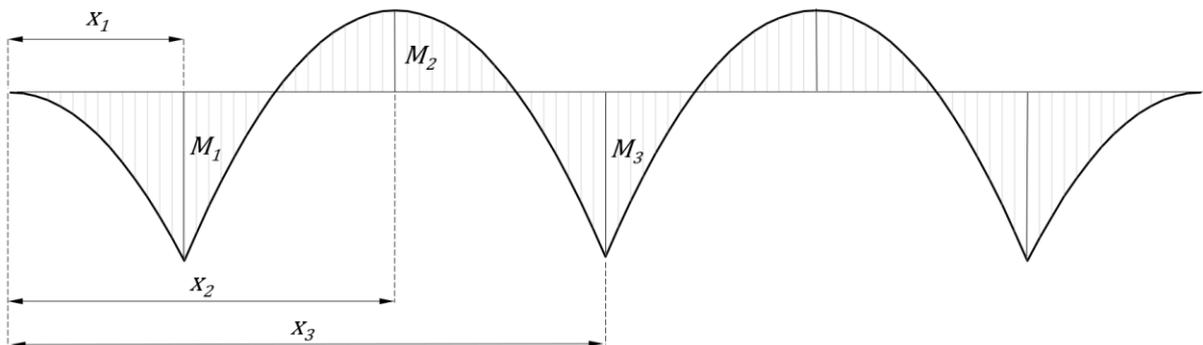
$$R_A = Q \cdot \frac{[3 \cdot (a + b)^4 + a^4 - 4 \cdot a \cdot (a + b)^3]}{8b^3}$$

$$R_A = Q \cdot \frac{(6a^2 + 8ab + 3b^2)}{8b} \quad (27)$$

3.2.6.3 Momentos fletores críticos

Após calcular a reação R_A , determinam-se os momentos fletores críticos na viga, representados pelo diagrama da figura 12, dos quais terão seus resultados analisados no processo de otimização do dimensionamento dos trilhos.

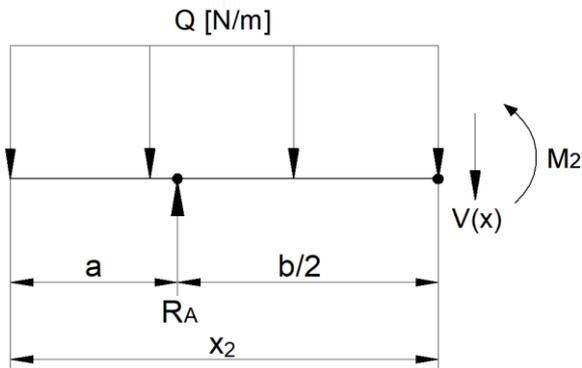
Figura 12: Diagrama do momento fletor



Fonte: Do autor

Na posição $x_1 = a$, localiza-se o momento crítico M_1 , do mesmo modo em que é apresentado no modelo inicial do tópico 3.2.3, retomando assim a equação (17).

Para o momento crítico M_2 , faz-se uma seção em $x = a + \frac{b}{2}$, determinando o ponto x_2 na posição onde o esforço cortante será nulo. Realizando um somatório de forças em y , obtém-se a equação (28).



$$\Sigma F_y = 0$$

$$R_A - Q \cdot x_2 = 0$$

$$x_2 = \frac{R_A}{Q} \quad (28)$$

Em seguida, substitui-se o ponto x_2 na equação (23), e simplificando-a descreve-se a expressão para M_2 :

$$M(x) = -\frac{Q \cdot \left(\frac{R_A}{Q}\right)^2}{2} + R_A \left(\frac{R_A}{Q} - a\right)$$

$$M_2 = \frac{(R_A)^2}{2Q} - R_A \cdot a \quad (29)$$

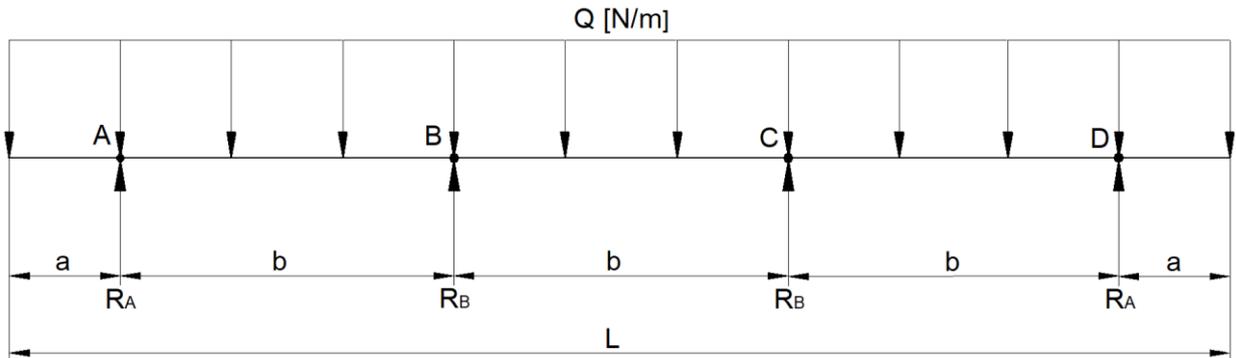
O terceiro momento crítico encontra-se na posição do apoio central da viga, onde ocorre a mudança de sinal do esforço cortante. Portanto, substituindo o ponto $x_3 = a + b$ na equação (23), desenvolve-se a expressão que determina M_3 :

$$M_3 = R_A \cdot b - \frac{Q \cdot (a + b)^2}{2} \quad (30)$$

3.2.7 Vigas com 4 apoios

Um segundo padrão a ser estudado, é o fornecimento dos trilhos com 4 pontos de apoio para sua fixação nos telhados, podendo reduzir o seu esforço de flexão. Desta forma, a viga se configura no modelo representado a seguir:

Figura 13: Diagrama para o modelo de viga com 4 apoios



Fonte: Do autor

3.2.7.1 Equações de deformações

Repetem-se as etapas realizadas no cálculo para viga com 3 apoios, iniciando a partir da equação singular do momento fletor, seguido da equação de curvatura e suas sucessivas integrações, até obtermos a equação da linha elástica:

$$M(x) = -\frac{Q \cdot x^2}{2} + R_A \langle x - a \rangle + R_B \langle x - a - b \rangle + R_B \langle x - a - 2b \rangle + R_A \langle x - a - 3b \rangle \quad (31)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{E \cdot I} \cdot \left(-\frac{Q \cdot x^2}{2} + R_A \langle x - a \rangle + R_B \langle x - a - b \rangle + R_B \langle x - a - 2b \rangle + R_A \langle x - a - 3b \rangle \right) \quad (32)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{E \cdot I} \cdot \left(-\frac{Q \cdot x^3}{6} + R_A \frac{\langle x - a \rangle^2}{2} + R_B \frac{\langle x - a - b \rangle^2}{2} + R_B \frac{\langle x - a - 2b \rangle^2}{2} + R_A \frac{\langle x - a - 3b \rangle^2}{2} + C1 \right) \quad (33)$$

$$y(x) = \frac{1}{E \cdot I} \cdot \left(-\frac{Q \cdot x^4}{24} + R_A \frac{\langle x - a \rangle^3}{6} + R_B \frac{\langle x - a - b \rangle^3}{6} + R_B \frac{\langle x - a - 2b \rangle^3}{6} + R_A \frac{\langle x - a - 3b \rangle^3}{6} + C1 \cdot x + C2 \right) \quad (34)$$

3.2.7.2 Condições de contorno e definição de R_A

As constantes $C1$ e $C2$ produzidas pelas integrações, serão determinadas através das condições de contorno nos apoios da viga, substituindo os pontos $\frac{dy}{dx} = 0$ em $x = \frac{3}{2}b$ e $y = 0$ em $x = a$, respectivamente nas equações da declividade (33) e da linha elástica (34).

$$C1 = \frac{1}{6} \cdot \left[Q \cdot \left(a + \frac{3}{2}b \right)^3 - 3R_A \cdot \left(\frac{3}{2}b \right)^2 - 3R_B \cdot \left(\frac{1}{2}b \right)^2 \right]$$

$$C2 = \frac{1}{24} \cdot \left[Q \cdot a^4 - 4 \cdot Q \cdot a^4 \cdot \left(a + \frac{3}{2}b \right)^3 + 12a \cdot R_A \cdot \left(\frac{3}{2}b \right)^2 - 12a \cdot R_B \cdot \left(\frac{1}{2}b \right)^2 \right]$$

Calculadas as constantes, e aplicando-as na equação (34) junto à terceira condição de contorno onde $y = 0$ em $x = a + b$, tem-se que:

$$R_A \cdot \left[12b \cdot \left(\frac{3}{2}b \right)^2 - 4b^3 \right] + 12b \cdot R_B \cdot \left(\frac{1}{2}b \right)^2 = Q \cdot \left[a^4 - (a + b)^4 + 4b \cdot \left(a + \frac{3}{2}b \right)^3 \right] \quad (35)$$

A equação desenvolvida, apresenta as duas variáveis R_A e R_B em sua composição. Portanto, a fim de determiná-las ainda é preciso extrair duas equações adicionais, precedentes do diagrama de corpo livre.

$$\Sigma F_y = 0 \quad \therefore \quad R_B = \frac{Q \cdot L}{2} - R_A \quad (36)$$

$$\Sigma M_D = 0 \quad \therefore \quad 6b \cdot R_A + 6b \cdot R_B = Q[(3b + a)^2 - a^2] \quad (37)$$

A reação R_B poderá ser anulada multiplicando a equação (37) pelo termo $\left[-2 \cdot \left(\frac{1}{2}b \right)^2 \right]$, num somatório com a equação (35). Em seguida, simplificando os termos chega-se na equação que descreve R_A .

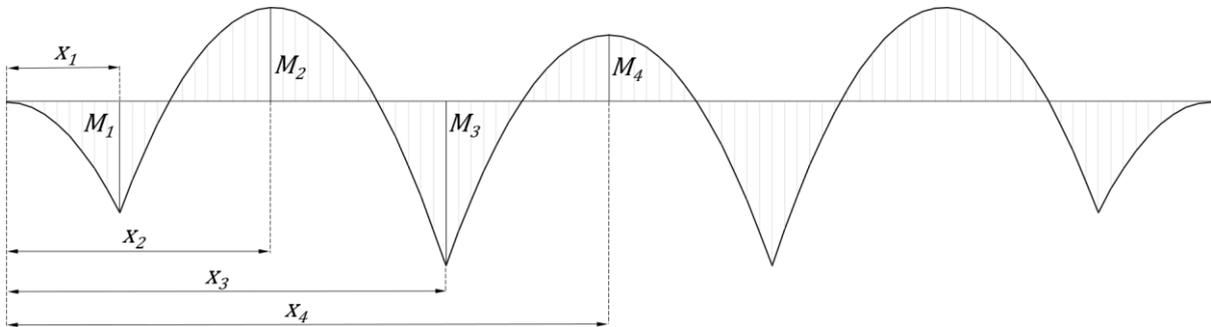
$$R_A = Q \cdot \frac{\left\{ a^4 - (a + b)^4 + 4b \cdot \left(a + \frac{3}{2}b \right)^3 - 2 \cdot \left(\frac{1}{2}b \right)^2 \cdot [(3b + a)^2 - a^2] \right\}}{\left[12b \cdot \left(\frac{3}{2}b \right)^2 - 12b \cdot R_B \cdot \left(\frac{1}{2}b \right)^2 - 4b^3 \right]}$$

$$R_A = Q \cdot \frac{(3a^2 + 5ab + 2b^2)}{5b} \quad (38)$$

3.2.7.3 Momentos fletores críticos

Este modelo de viga possui 4 pontos de momento fletor crítico, representados pelo diagrama da figura 14.

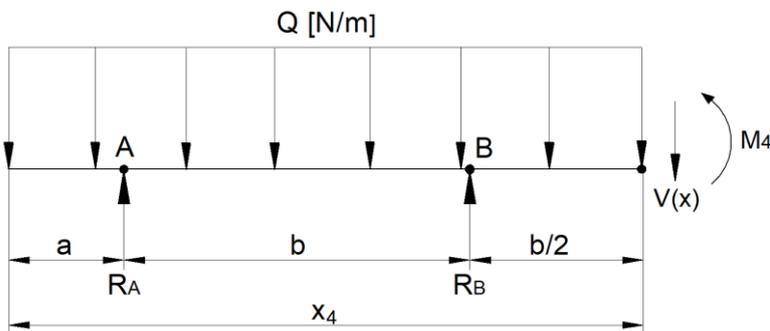
Figura 14: Diagrama do momento fletor



Fonte: Do autor

Os momentos críticos M_1 , M_2 e M_3 seguem as mesmas características dos modelos de viga anteriores, fazendo novamente o uso das equações (17), (29) e (30) para os respectivos pontos $x_1 = a$, $x_2 = \frac{R_A}{Q}$ e $x_3 = a + b$.

O quarto momento crítico localiza-se no centro da viga, posição onde o esforço cortante será nulo. Para determiná-lo, inicialmente faz-se uma seção em $a < x < a + \frac{3}{2}b$, onde através de um somatório de forças em y chega-se na expressão (39) que descreve o ponto x_4 :



$$\Sigma F_y = 0$$

$$R_A + R_B - Q \cdot x_4 = 0$$

$$x_4 = \frac{R_A + R_B}{Q} \quad (39)$$

Em seguida, substitui-se o ponto x_4 na equação (31), e simplificando-a obtém-se a expressão que descreve M_4 :

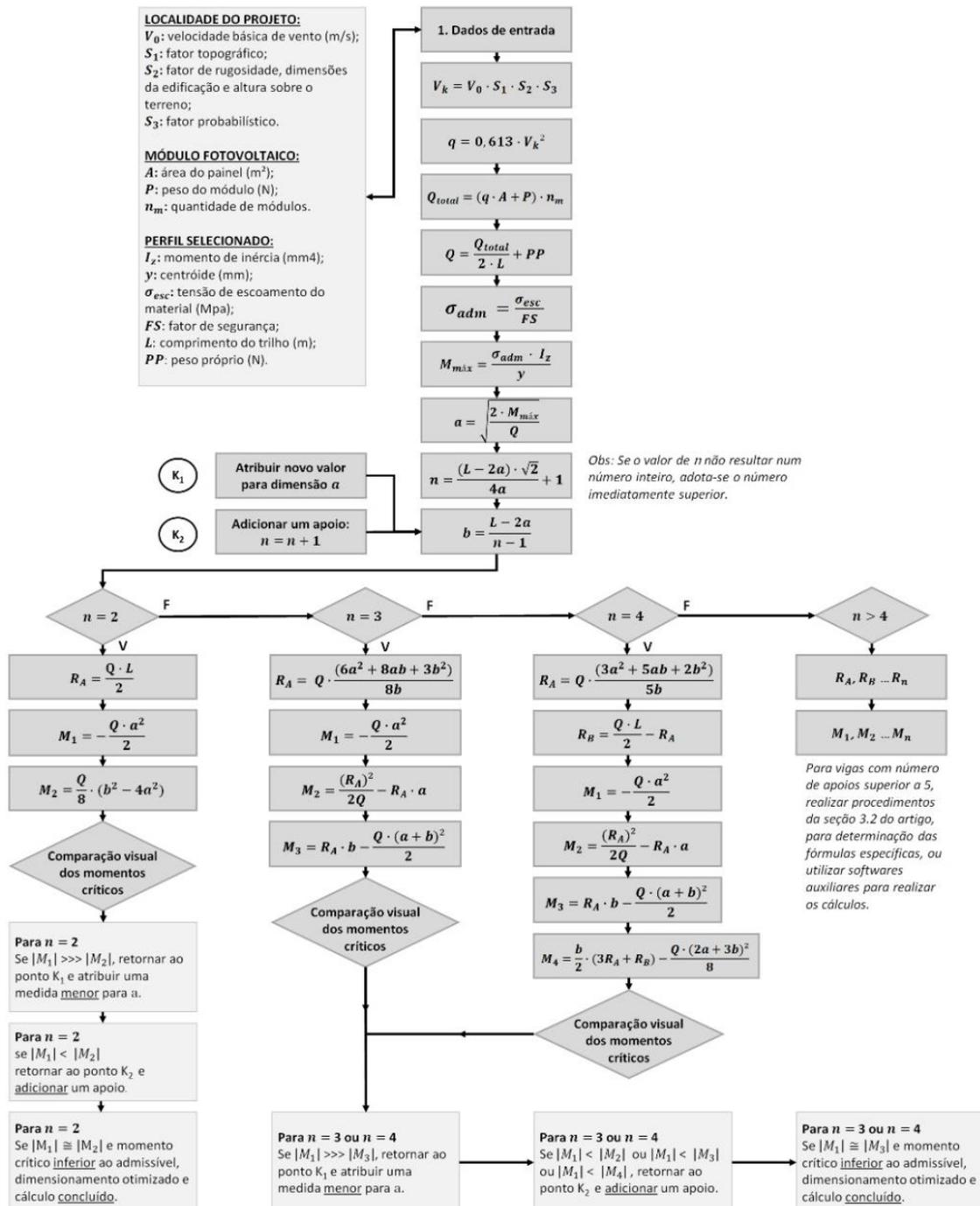
$$M_4 = -\frac{Q \cdot \left(\frac{R_A + R_B}{Q}\right)^2}{2} + R_A \left(\frac{R_A + R_B}{Q} - a\right) + R_B \left(\frac{R_A + R_B}{Q} - a - b\right)$$

$$M_4 = (R_A)^2 + (R_B)^2 - 2Q \cdot [R_A \cdot a - R_B \cdot (a + b)] \quad (40)$$

3.2.7 Fluxograma de procedimento

Com base no procedimento experimental desenvolvido, criou-se o fluxograma a seguir, resumindo o roteiro de cálculos e análises a serem consideradas no processo de dimensionamento dos trilhos.

Figura 15: Fluxograma de procedimento



Fonte: Do autor

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta etapa, serão aplicadas as metodologias desenvolvidas no procedimento experimental, realizando os cálculos para dimensionamento dos trilhos de um perfil utilizado pela empresa XYZ, gerando seus resultados e sua otimização.

4.1 DADOS DE ENTRADA

Neste tópico serão apresentados os dados de entrada necessários para realizar os cálculos de dimensionamento.

4.1.1 Localidade do projeto e velocidade de vento

Para o estudo em questão, será considerado uma instalação de 4 módulos fotovoltaicos em telhado do tipo cerâmico, numa residência com dimensões hipotéticas e altura máxima de 10 m. O projeto estará localizado em região de vento 2, em terreno plano num subúrbio com casas baixas e esparsas.

A partir dos dados de localidade especificados, deve-se realizar a análise indicada no tópico 3.3.2, selecionando no mapa de isopletras a velocidade básica de vento correspondente a região do projeto, e seus respectivos fatores correção S_1 , S_2 , e S_3 indicados pela norma ABNT NBR 6123.

Tabela 1: Dados para cálculo da velocidade de vento

Dado	Valor	Fonte norma ABNT NBR 6123
V_0	35,00 m/s	Velocidade básica região de vento 2 – Mapa de isopletras
S_1	1,00	Terreno plano ou fracamente acidentado – pág. 5
S_2	0,94	Categoria 3; $Z \leq 10$ m; Classe A – Tabela 2, pág. 10
S_3	0,88	Painéis e vedações; vida útil 20 - 25 anos – Tabela 3, pág. 10

Fonte: Do autor

4.1.2 Módulo fotovoltaico

Será considerado para o projeto em análise, um modelo de painel fotovoltaico com uma das maiores dimensões disponíveis no mercado atualmente, das quais estão especificadas na tabela a seguir:

Tabela 2: Dados do módulo fotovoltaico

–	–	<i>A</i>	–	<i>P</i>	<i>n_m</i>
Comprimento (m)	Largura (m)	Área (m ²)	Massa (kg)	Peso (N)	Quantidade
2,279	1,134	2,584	27,6	270,756	4

Fonte: Do autor

4.1.3 Características do perfil

Apresentam-se na figura 15 e tabela 3, os dados do perfil de alumínio utilizado na estrutura, com tamanho de barra e fornecimento padronizado para um kit residencial de 4 módulos fotovoltaicos.

Figura 16: Perfil do trilho

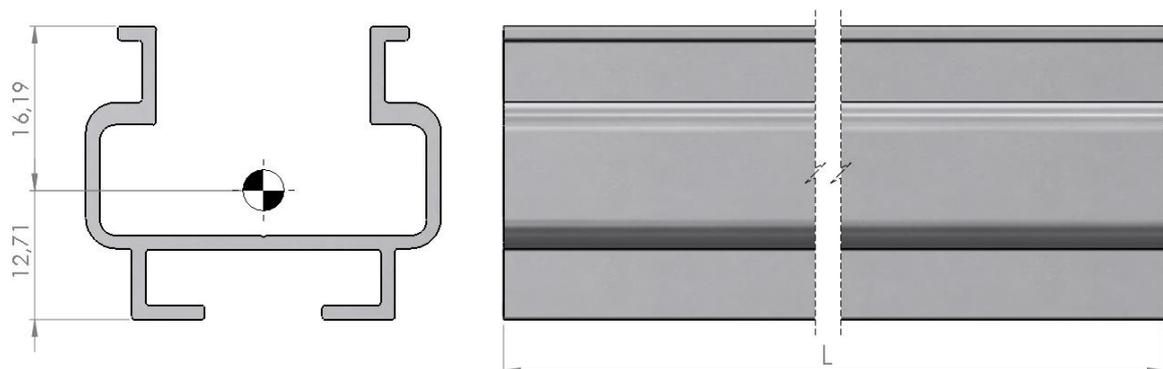


Tabela 3: Dados do perfil

<i>I_z</i>	<i>y</i>	–	σ_{esc}	<i>FS</i>	σ_{adm}	<i>L</i>	<i>PP</i>
Momento de inércia (mm ⁴)	Centroide (mm)	Material	Limite de escoamento (MPa)	Fator de segurança	Tensão admissível (MPa)	Comprimento do trilho (m)	Peso próprio (N/m)
12.006,81	16,19	Alumínio 6005-T5	240	1,60	150	4,80	4,40

Fonte: Do autor

4.2 PRESSÃO DE VENTO E CARREGAMENTO NOS TRILHOS

A partir dos dados de entrada previamente informados, realizam-se os cálculos da pressão dinâmica de vento e carregamento distribuído sob os trilhos, conforme a definição normativa e procedimento de cálculo dos respectivos tópicos 2.3 e 3.1, resumindo-os na tabela a seguir:

Tabela 4: Resultados de carga

–	–	–	–	–	<i>Eq. 1</i>	<i>Eq. 2</i>	<i>Eq. 13</i>	<i>Eq. 14</i>
Região de vento	V_0 (m/s)	S_1 –	S_2 –	S_3 –	V_k (m/s)	q (N/m ²)	Q_{total} (N)	Q (N/m)
2	35,00	1,00	0,94	0,88	28,95	513,83	6.394,74	670,52

Fonte: Do autor

4.3 QUANTIDADE DE APOIOS E DISTÂNCIAMENTO DOS VÃOS

Reunidos os dados necessários, inicia-se calculando a tensão normal admissível e momento máximo para o perfil utilizado, seguidamente do valor limite para o vão em balanço e número de apoios necessários, dispondo seus resultados na tabela 5.

Tabela 5: Quantidade de apoios necessários

<i>Eq. 8</i>	<i>Eq. 15</i>	<i>Eq. 18</i>	<i>Eq. 22</i>	–
σ_{adm} (MPa)	$M_{máx}$ (N·m)	a (m)	n calculado	n adotado
150,00	111,24	0,58	3,24	4

Fonte: Do autor

O valor de n calculado não apresenta um número inteiro, logo faz-se necessário adotar o número imediatamente superior. Portanto, é definido como $n = 4$ a quantidade de apoios necessários para o projeto em questão.

4.4 VALIDAÇÃO E OTIMIZAÇÃO DOS RESULTADOS

Os resultados obtidos na tabela 5 do tópico anterior, mostram que o modelo de viga com número de apoios inferior a 4 não se aplica para o caso em estudo. Deste modo, seus resultados serão justificados aplicando as equações para o modelo com 2 e 3 apoios, e apresentando-os na tabela a seguir.

Tabela 6: Resultados para o trilho com 2 e 3 apoios

<i>Eq. 18</i>	–	<i>Eq. 16</i>	<i>Eq. 19 / 27</i>	<i>Eq. 17</i>	<i>Eq. 29</i>	<i>Eq. 30</i>
<i>a</i>	<i>n</i>	<i>b</i>	R_A	M_1	M_2	M_3
(m)	–	(m)	(N)	(N·m)	(N·m)	(N·m)
0,58	2	3,65	1.609,26	-111,24	1.004,13	-
0,58	3	1,82	936,36	-111,24	114,42	-223,22

Fonte: Do autor

Observa-se que para o modelo com $n = 2$ apoios, o valor absoluto de M_2 apresenta um resultado muito superior ao M_1 , ultrapassando o momento fletor máximo admissível e invalidando sua aplicação.

Da mesma forma, a condição com $n = 3$ apoios se mostra insuficiente. Os momentos críticos M_2 e M_3 possuem valores absolutos maiores que M_1 , e superam o limite máximo do perfil em uso.

Portanto, como pré-determinado nos resultados da tabela 5, faz-se necessário o acréscimo de um quarto apoio, a fim de reduzir o esforço de flexão no perfil e efetuar sua validação nas condições desejadas de uso.

Tabela 7: Resultados para o trilho com 4 apoios

<i>Eq. 18</i>	–	<i>Eq. 16</i>	<i>Eq. 38</i>	<i>Eq. 36</i>	<i>Eq. 17</i>	<i>Eq. 29</i>	<i>Eq. 30</i>	<i>Eq. 40</i>
<i>a</i>	<i>n</i>	<i>b</i>	R_A	R_B	M_1	M_2	M_3	M_4
(m)	–	(m)	(N)	(N)	(N·m)	(N·m)	(N·m)	(N·m)
0,58	4	1,22	822,16	787,10	-111,24	30,46	-76,90	47,03

Fonte: Do autor

Comparando visualmente os momentos críticos da tabela 7, observa-se que M_2 , M_3 e M_4 possuem valores absolutos inferiores ao M_1 . Isso mostra que ainda

há possibilidade de otimização na viga, reduzindo a medida a do vão em balanço, até que os momentos fletores resultantes fiquem os mais equilibrados possíveis.

Tabela 8: Resultados otimizados para trilho com 4 apoios

<i>Eq. 18</i>	–	<i>Eq. 16</i>	<i>Eq. 38</i>	<i>Eq. 36</i>	<i>Eq. 17</i>	<i>Eq. 29</i>	<i>Eq. 30</i>	<i>Eq. 40</i>
a	n	b	R_A	R_B	M_1	M_2	M_3	M_4
(m)	–	(m)	(N)	(N)	(N·m)	(N·m)	(N·m)	(N·m)
0,51	4	1,26	762,96	846,30	-87,20	44,96	-89,01	44,05

Fonte: Do autor

Utilizando medidas inteiras, ajustou-se o valor de a para 0,51 metros. Conseqüentemente, esta alteração aumenta o vão livre em b e contribui para um balanceamento dos momentos fletores críticos de maior valor absoluto. Desta forma, configura a viga em sua condição otimizada, equilibrando os esforços de flexão ao longo do trilho, e elevando seu fator de segurança para $FS = 2,0$ frente ao projetado que era de 1,60.

Tabela 9: Fator de segurança otimizado

Momento fletor (N·m)	FS
$M_{máx}$	1,60
M_1	2,04
M_2	3,96
M_3	2,00
M_4	4,04

Fonte: Do autor

5 CONCLUSÃO

O desenvolvimento deste trabalho, proporcionou um conhecimento aprofundado da disciplina de Resistência dos Materiais, aplicada num tema muito atual, que é o setor solar fotovoltaico, e que ainda carece de estudos técnicos aprofundados e referenciais normativos exclusivos, quando se trata de estruturas.

O estudo realizado pelos autores, possibilitou o conhecimento das resultantes de momento fletor e sua avaliação nos pontos críticos, dos modelos de viga que caracterizam os trilhos da estrutura fotovoltaica. Assim, foi possível desenvolver um procedimento a fim de determinar a quantidade de apoios que serão

necessários na instalação, além de otimizar seus resultados de flexão ajustando os distanciamentos, logo oferecendo um melhor desempenho para o perfil utilizado.

Deste modo, o procedimento desenvolvido auxilia o projetista estrutural a dimensionar os trilhos de forma adequada a aplicação que se deseja, determinando um padrão ideal de instalação com quantidade de apoios e distanciamentos entre vão definidos, pois estas informações devem ser fornecidas pelo fabricante no manual de instalação da estrutura, de forma que a mesma atenda as exigências de carga impostas pela região de vento em que a empresa pretende direcionar seu produto.

Portanto, ressalta-se a importância da engenharia de projeto. O desenvolvimento de referenciais técnicos e pesquisas aplicadas ao tema são fundamentais para a contribuição de um crescimento saudável do segmento solar fotovoltaico, de forma que as estruturas acompanhem a evolução tecnológica do setor, cumprindo seu papel de fixação com segurança e eficiência, garantindo assim o pleno funcionamento do sistema fotovoltaico.

Como sugestão para trabalhos futuros, dar continuidade dos estudos em relação ao desempenho mecânico dos trilhos, avaliando também as tensões de cisalhamento devido a esforço cortante e torção, além dos resultados de deformação no perfil. Além disso, também sugere-se um estudo nos demais componentes da estrutura, e realização de ensaios mecânicos para validação dos resultados.

AGRADECIMENTOS

Gratidão primeiramente a Deus, por permitir chegar até esta etapa e alcançar os objetivos. À instituição SATC e todos os profissionais que participaram desta trajetória, contribuindo com minha formação e aprendizado. Em especial, ao professor e orientador José Luiz Salvador, pelo grande apoio e comprometimento no desenvolvimento do trabalho. À minha família, colegas e amigos que sempre estão ao lado incentivando e desejando o melhor.

REFERÊNCIAS

ABSOLAR. Associação Brasileira de Energia Solar Fotovoltaica, 2022. Disponível em: <https://www.absolar.org.br/mercado/infografico/>. Acesso em: 13/06/2022

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6123: Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 1988.

BEER, F. P.; JOHNSTON, E. R. Resistência dos materiais. 3ª ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 1995.

GREENER. Estudo Estratégico –Mercado Fotovoltaico de Geração Distribuída – 1º Semestre de 2022. São Paulo, 2022.

HIBBELER, R. C. Resistência dos materiais. 7ª ed. São Paulo: Pearson Education: Prentice-Hall, 2010.

MARTHA, L.F. FTOOL - Um programa gráfico-interativo para ensino de comportamento de estruturas. Versão educacional 4.00.03, Rio de Janeiro, agosto de 2017.

MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA – MME, Empresa de pesquisa Energética – EPE, Plano Decenal de Expansão de Energia Elétrica 2022-2031. Brasília, 2022.

PEREIRA, E. B.; MARTINS, F. R.; GONÇALVES, A. R.; COSTA, R. S.; LIMA, F. L.; RÜTHER, R.; ABREU, S. L.; TIEPOLO, G. M.; PEREIRA, S. V.; SOUZA, J. G. Atlas brasileiro de energia solar. 2ª ed. São José dos Campos: INPE, 2017. 80p. Disponível em: <http://doi.org/10.34024/978851700089>

PORTAL SOLAR. In: Dados do Mercado de Energia Solar no Brasil. Joinville/SC, 2019. Disponível em: <https://www.portalsolar.com.br/mercado-de-energia-solar-no-brasil.html> 2. Acesso em: 18 de abr. 2022.

THE WORLD BANK GROUP, Global Solar Atlas 2.0, Solar resource data Solargis, 2022.