

## PROJETO E IMPLEMENTAÇÃO DE UMA BANCADA DE TESTES PARA AVALIAÇÃO DAS CURVAS DE OPERAÇÃO DE UM MOTOR HIDRÁULICO SOB RESISTÊNCIA POR FRENAGEM

**Luiz Fernando Feltrin Inácio<sup>1</sup>**

**Richard de Medeiros Castro<sup>2</sup>**

**Resumo:** Motores hidráulicos são equipamentos que podem operar em elevados torques e rotações, com baixa relação peso potência. Obter as características de operação de um motor hidráulico se faz necessário para obter uma correta aplicação e busca da máxima eficiência. Esse trabalho teve por objetivo projetar e fabricar uma bancada didática para obter as curvas de operação de um motor hidráulico de engrenagem, promovendo o ensino aprendizagem no meio acadêmico. O projeto foi desenvolvido com uso do *software* de simulação *AMESim Student Edition*<sup>®</sup>, usando equipamentos e modelos matemáticos que descrevem o comportamento dinâmico do motor. Também foi elaborado um projeto com CAD 3D da bancada e simulação numérica para avaliar o método do torque resistivo por sistema de frenagem. Os resultados experimentais foram obtidos com a leitura dos sensores de pressão, torque e rotação, e pela programação desenvolvida em *software LabVIEW*. Ao final obteve-se as curvas de operação da bancada do motor hidráulico, atingindo 91,7 % como máximo valor para o rendimento mecânico e potência de saída de 1,2 kW. Os resultados mostraram que não houve interferência de modos de vibrar, e a frenagem mostrou eficiência suportando torque de até 9 Nm. A bancada permitiu ainda a aplicação dos conceitos de acionamento hidrostático com fácil visualização em um sistema supervisor. A implementação da bancada abriu novas oportunidades de pesquisa em laboratório e nos materiais de contato empregados para simulação do carregamento em torque.

**Palavras-chave:** Motor Hidráulico. Projeto Mecânico. Simulação Numérica. Bancada de testes. Curva de Operação.

### 1. INTRODUÇÃO

Motores hidráulicos são equipamentos de sistemas que trabalham com escoamento de fluidos em alta pressão, obtendo como saída útil, energia mecânica que se apresenta na forma de torque e rotação. Atualmente, a utilização de motores hidráulicos é comum, podendo ser visto atuando em diversas aplicações, nos quais características de relação peso-potência são relevantes.

Por isso, é importante compreender os aspectos operacionais de motores hidráulicos e a justificativa de algumas características que podem ser obtidas de forma

---

<sup>1</sup> Graduando em Engenharia Mecânica. E-mail: lfernando.inacio@outlook.com

<sup>2</sup> Prof. Msc. Richard de Medeiros Castro. E-mail: richard.castro@satc.edu.br

experimental ou por simulação de sistemas mecânicos. Por exemplo, o rendimento mecânico de um equipamento pode ser maior quando conhecido seus limites de operação, sendo que, a eficiência é variável e inversamente proporcional ao desgaste do equipamento. Logo, obter as características operacionais de qualquer equipamento é necessário para sua eficiente aplicação. A interpretação destas características e conceitos de engenharia pode apresentar dificuldades ao método de ensinar, devido que cada aluno apresenta um modo diferente de aprender (NETO et al, 2014).

Em ambientes acadêmicos, o método experimental de aprendizagem permite a facilidade de compreensão dos princípios, conceitos físicos e matemáticos. Portanto, é necessário que as universidades invistam na qualificação tecnológica de laboratórios com uso de bancadas de ensino, a fim de obter um profissional mais competitivo. Dessa forma, o uso de bancadas de ensino para demonstrações dos assuntos pertinentes aos conceitos da graduação, justifica então a fabricação de ferramentas de ensino, podendo ser ainda uma forma de iniciação científica (PETRY et al, 2017; SILVEIRA, 2018).

Contudo, o método experimental exige uma instrumentação adequada para que seja possível responder e justificar o comportamento dinâmico dos equipamentos. Além disso, a informação do comportamento de um motor hidráulico neste caso, habilita a compreensão da atual eficiência do equipamento para diferentes parâmetros de torque e rotação, exigido pelo carregamento do sistema mecânico. De fato, o estudo do comportamento dinâmico de um motor hidráulico é necessário para dar continuidade ao desenvolvimento das pesquisas em laboratório, que com efeito, contribui no desenvolvimento da região. Além do compromisso de melhorar e facilitar o ensino de engenharia, também auxilia na melhoria de diversas indústrias, com tais estudos e análises em sistemas hidráulicos de potência.

Com tarefa de facilitar a interpretação da atuação deste equipamento, foi desenvolvida no Laboratório de Automação e Simulação de Sistemas Pneumáticos e Hidráulicos (LASPHI), uma bancada para análise de motor hidráulico durante operação. Ao decorrer do estudo, conceitos de sistemas hidráulicos foram explorados, permitindo sua compreensão com maior facilidade, inclusive, ao verificar a concepção trazida pela teoria em situação real. Simultâneo a implementação da parte mecânica, foi desenvolvido um supervisor da programação via *LabVIEW*<sup>®</sup> de fácil análise visual, obtendo as curvas de operação do motor hidráulico, para então, justificar devidamente o comportamento dinâmico desse importante componente industrial.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo é direcionado a toda a literatura necessária para justificar os resultados experimentais encontrados no estudo do Motor hidráulico. Foi dividido em Fundamentação para Motor Hidráulico, Resistência ao Movimento, Potência de Trabalho, Eficiência Mecânica, Frequência e Projeção de Resultados.

### 2.1 FUNDAMENTAÇÃO PARA O MOTOR HIDRÁULICO

#### 2.1.1 Modelagem Matemática da Equação da Continuidade

A quantidade em vazão que é entregue a um motor hidráulico, é decorrente de um sistema desenvolvido para esta função. Inicialmente, a conservação de massa em um determinado volume deve estar constante com a variação do tempo, dada a importância para a análise dinâmica em sistemas hidráulicos. Neste aspecto, considera-se que a massa específica do fluido admitida como constante no espaço e, também, variável no tempo, ou seja, o fluido é compressível (LISINGEN, 2013).

Segundo (RABIE, 2009), a primeira fonte de perdas de energia é o vazamento interno. Em análise experimental, operando sob as condições corretas de projeto, os vazamentos são as principais perdas de fluxo. O fluxo de vazamento que podem ocorrer por meio de pequenas folgas é visto como laminar e seu comportamento tem variação como a pressão, de forma linear.

Portanto, a dedução da quantidade de movimento é relatada matematicamente da seguinte maneira para atuadores simétricos rotativos.

$$qvc = C_{in} \cdot pc + D \frac{d\theta}{dt} + \frac{Vt}{4\beta} \frac{dpc}{dt} \quad (1)$$

O deslocamento volumétrico do motor é estimado por dados geométricos das engrenagens do equipamento, quantificando o volume contido em um giro completo da engrenagem motora que resulta no giro completo da engrenagem movida. De acordo com (PACHECO, 2011) é obtido volume do motor com a Eq. 2.

$$D = \frac{\left[ \left( \frac{\pi \cdot d_{ex}^2}{4} \right) - \left( \frac{\pi \cdot d_{in}^2}{4} \right) \right] \cdot b}{2\pi} \quad (2)$$

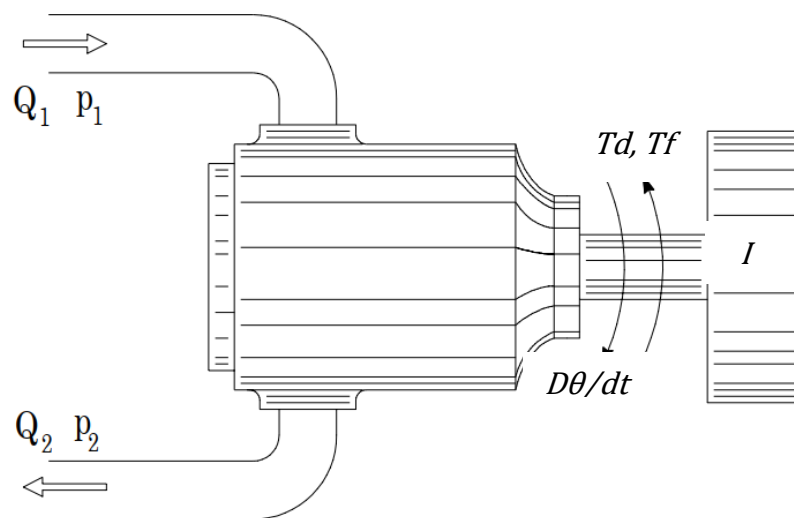
### 2.1.2 Modelagem Matemática da Equação do Movimento

Segundo (ANDERSON, 2003), a dinâmica de um atuador rotativo sofre resistência de pelo menos três fontes que diminuem o torque gerado. Seriam eles:

- O amortecimento viscoso, desenvolvido a partir do cisalhamento no fluido nas folgas justas entre os elementos mecânicos no seu movimento ( $T_d$ );
- O movimento e as forças do sistema são contrários ao de fricção ( $T_f$ ), logo gerando perdas;
- E a inércia mássica acoplado ao motor que necessitará de reação proposta ( $I$ ).

A Fig 1, demonstra de forma simplificada o que um motor necessita para desenvolver trabalho, e suas resistências.

Figura 1 – Atuador rotativo com carga de inércia e torque de carga



Fonte: Torben Ole Andersen (2003)

O torque desenvolvido por atuadores rotativos é a força útil resultante das transformações energias de um sistema hidráulico. DE NEGRI (2001), relata que o torque ideal que pode ser desenvolvido por qualquer tipo de motor hidráulico é expresso por.

$$T_i = D \cdot p_c \quad (3)$$

Este torque surgirá para que o motor vença os esforços devido ao momento de inércia, atritos e cargas externas (ZHAO, 2018). Aplicando a segunda Lei de Newton ao sistema de estudo rotativo, pode ser expressa da seguinte forma.

$$D p c = I \frac{d\theta^2}{dt} + A \frac{d\theta}{dt} + G\theta + Tc \quad (4)$$

Segundo demonstra (BEER et al, 2011), com a Eq. 5 é dimensionado o momento de inércia de massa de um corpo referente ao um eixo cartesiano em análise. Sendo uma informação necessária para a modelagem do acionamento hidráulico, é então usado para quantificar o momento.

$$I = \int r^2 dm \quad (5)$$

Neste aspecto, o autor continua esclarecendo que caso o eixo de referência de um corpo não está coincidente com o do volume em estudo, deve-se usar a Eq. 6 para determinar o momento de inércia de massa deste (BEER et al, 2011).

$$I = \sum (I + m \cdot d^2) \quad (6)$$

## 2.2 RESISTÊNCIA DO MOVIMENTO

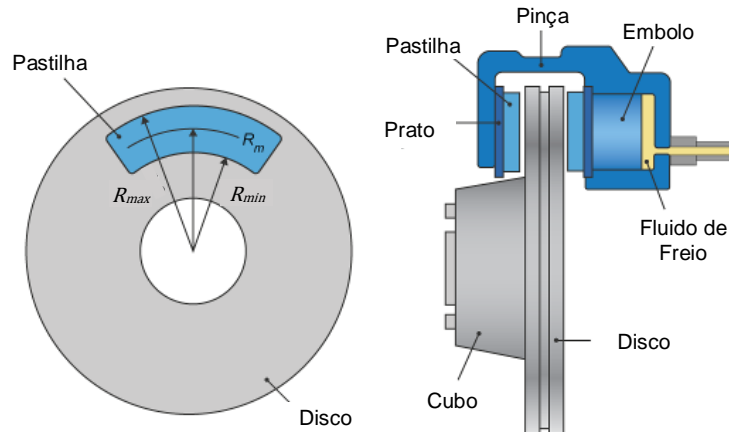
### 2.2.1 Princípio de Pascal

Em análises de circuitos hidráulicos estáticos ou dinâmicos, aplicam-se modelos matemáticos para cada componente. Seguindo inicialmente o conceito da Lei de Pascal, tem-se a teoria de que quando um fluido está confinado e em repouso, a pressão age de forma igual em todas as direções, atuando perpendicularmente as paredes do confinamento (DURFEE, 2015).

### 2.2.2 Torque de Resistência por Frenagem

Um sistema de *caliper* de freio com pastilha e disco, gera um aumento da pressão no motor hidráulico por meio de um torque contrário. Este é gerado pelo sistema devido ao atrito entre a pastilha e disco. A Fig. 2, apresenta um *sketch*, de um sistema de frenagem que foi usado como referência para quantificar o torque.

Figura 2 – Modelo do freio a disco



Fonte: MathWorks (2019)

A frenagem é um meio utilizado para resistir um movimento ou pará-lo imediatamente. (MATHWORKS, 2019) relata que, como na Fig. 2, um freio a disco faz a conversão da energia de pressão de um fluido em força de atrito gerada de um contato entre pastilha e disco. A pastilha possui um raio médio até seu centro, ocasionando então, um torque de frenagem, modelado a seguir.

$$F = P \cdot A_e \quad (7)$$

A grandeza encontrada na Eq. 7, será aplicada normal à face de contato da pinça de freio, possibilitando a quantificação da força de atrito pela Eq. 8.

$$F_a = F \cdot \mu \quad (8)$$

A força de atrito será perpendicular ao eixo de rotação do disco, com distância média determinada pela Eq. 9, obtendo então o torque de resistência aplicado ao motor hidráulico, utilizando as Eq. 7, 8 e 9 na Eq. 10.

$$R_m = \frac{R_{max} + R_{min}}{2} \quad (9)$$

$$T_r = \mu \cdot P \cdot A_e \cdot N \cdot \frac{R_{max} + R_{min}}{2} \quad (10)$$

## 2.3 POTÊNCIA DE TRABALHO

A potência disponível no eixo de saída do motor hidráulico, é a potência útil entregue pelo equipamento. LISINGEN (2013), descreve pela Eq. 11, o modelo para se obter esta informação, que é gerada pela transformação de energia hidráulica em mecânica.

$$P_u = T_u \cdot \frac{d\theta}{dt} \quad (11)$$

## 2.4 EFICIÊNCIA MECÂNICA

Em motores hidráulicos de engrenagem, a perda mecânica mais significativa é gerada pelo atrito interno (LANA, 2005). A força contrária ao movimento desencadeado pelo atrito, resulta em torque de resistência. Logo, quando relacionados o torque ideal e o útil de saída do motor hidráulico, se obtém o rendimento mecânico do componente presente na Eq. 12.

$$\eta_m = \frac{T_u}{T_i} \quad (12)$$

## 2.5 FREQUÊNCIA

De acordo com (LIMA, 2015), a vibração é baseada no princípio de que as estruturas de máquinas excitadas por esforços dinâmicos fornecem sinais de vibração iguais aos da frequência natural e se ainda houver um desequilíbrio em um componente da máquina, isto acarretará o aumento nesta vibração.

### 2.5.1 Frequência Natural da Bancada

A Eq. 13, é facilmente encontrada em livros e publicações sobre vibrações, sendo um modelo derivado da segunda lei de Newton, e devendo ser modelado de acordo com o sistema em análise, encontrando um coeficiente de rigidez e uma massa equivalente para modelo matemático (RAO, 2008).

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_{eq}}{m_{eq}}} \quad (13)$$

Um método para obtenção de resultados de frequência natural, é a utilização de *softwares* computacionais para análise modal. O *Ansys*<sup>®</sup> é normalmente utilizado para fazer a análise, visando obter os parâmetros que influenciam na vibração de estruturas, garantindo de forma experimental, resultados de frequências críticas para o estudo (PEGORARO, 2018).

### 2.5.2 Frequência Natural do Motor Hidráulico

O comportamento hidráulico sofre influência de pulsações periódicas, gerado pela pressão resultante no motor hidráulico e justificando que componentes hidráulicos são comumente tensionados. Se a frequência natural do motor hidráulico for igual à frequência de excitação, vibrações com pressão sem controle e fluxo desajustado podem ser criados no sistema (VAŠINA et al, 2018).

O interesse de obter o comportamento de um motor hidráulico de forma correta, faz a sua frequência ser um valor importante a ser considerado no projeto. Por esta razão, é necessário garantir um valor que não se aproxime da frequência própria do motor hidráulico, desenvolvido pela excitação do sistema (DÖRR et al, 1986). O valor de frequência próprio de um motor hidráulico pode ser determinado por medições experimentais, ou modelagens empíricas como na seguinte Eq. 14.

$$f = \frac{V_M}{4\pi^2} \sqrt{\frac{\beta}{I(0,5V_M + V_1)}} \quad (14)$$

### 2.5.3 Frequência de Excitação

A frequência de rotação gerada pelo motor hidráulico pode se igualar a frequência natural da bancada. Assim, com intenção de evitar a ressonância, deve ser encontrado o intervalo de variação da rotação e usado como dado de entrada para dimensionamento da estrutura da bancada de estudo.

$$\omega = 2\pi.n \quad (15)$$

## 2.6 MEDIÇÃO EXPERIMENTAL E SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

### 2.6.1 Medição Experimental

Para o uso de sensores elétricos de pressão visando a utilização de dados para estudos, foram necessárias algumas precauções, pois trata-se de instrumentos de precisão e portanto delicados. Tanto é, que para o desenvolvimento correto das calibrações, é necessário o emprego de métodos e ambientes próprios (SANDU, 2009). Segundo (DUBEY et al, 2015), mensurar a força é de suma importância para empresas em suas engenharias, nas diversas aplicações e métodos, existindo diferentes tipos de transdutores e cada qual com suas capacidades.

Também, o uso de placas de aquisição de sinais facilitam a obtenção do comportamento numérico dos sinais de sensores, atuando como supervisor do sensor e um computador, e posteriormente, digitalizando sinais analógicos de entrada importantes para o computador. Para a utilização de computadores, foi necessário um *software* de aplicação, a fim de modelar e interpretar os dados para validação dos comportamentos, são eles: o *LabVIEW*<sup>®</sup> e o *Excel*<sup>®</sup> (NATIONAL INSTRUMENTS, 2019).

### **2.6.2 Simulação Numérica em AMESim<sup>®</sup>**

Segundo (SHIGLEY et al. 2005), no momento de desenvolvimento dos estudos e análise de um caso, é criado um modelo abstrato que admite equação matemática para representá-lo, simulando de modo adequado o sistema físico que se aproxima do modelo real.

Dos *softwares* computacionais que utilizam diferentes abordagens para simulações por modelagens matemáticas, destaca-se a abordagem de fluxo de sinal e multiportas, como o *AMESim*<sup>®</sup>, envolvendo fluxo de potência que é derivada da técnica *Bond Graph* (PEPPLOW, 2010).

SILVA (2016), descreve que a utilização do *AMESim*<sup>®</sup> é baseada em quatro etapas, sendo elas: a construção do esquema do sistema; a definição dos modelos matemáticos dos componentes; a definição dos parâmetros; e por fim, a execução da simulação. Assim, obtém-se as mais completas soluções em modelagem e simulação envolvendo hidráulica, pneumática, mecânica, termofluidos e sistemas de controle.

A simulação em *AMESim*<sup>®</sup> é de suma importância quando gerados os resultados preliminares que justificam comportamentos por meio de modelagem física e matemática. Por disponibilizar de uma biblioteca vasta de componentes hidráulicos, e ainda possibilitar a construção de componentes com outros elementos básicos, é

uma ferramenta que facilita a direção de um estudo com seus resultados simulados e posteriormente os compara com ensaios experimentais (PACHECO, 2011).

Portanto, a facilidade de poder confiar no que se está sendo desenvolvido, modelado e calculado, como as perdas que um sistema irá gerar, ou a eficiência e conversões de energias, é possível pela simulação de acionamentos hidráulicos, nos sistemas mais básicos ou complexos (RADUENZ, 2018).

### 3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

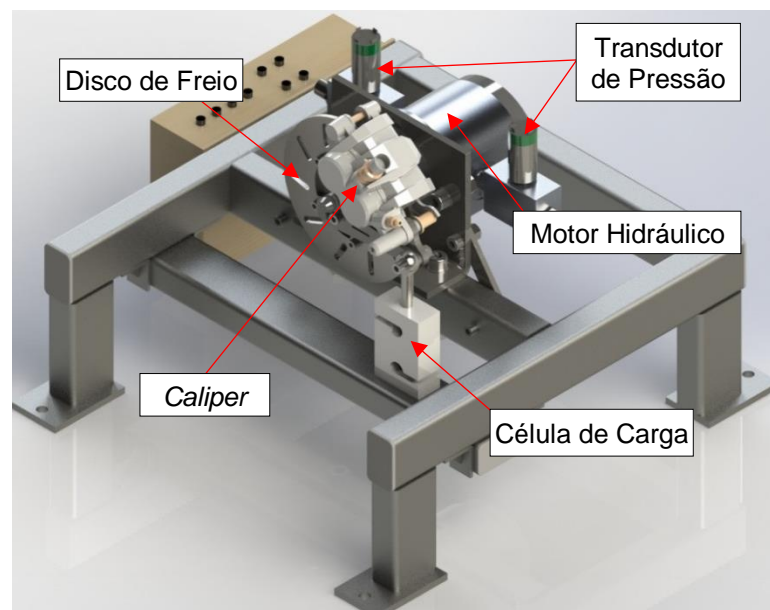
#### 3.1 OBTENÇÃO DO VOLUME GEOMÉTRICO

Para adquirir a quantidade em volume que é usado pelo motor hidráulico para desenvolver um giro em seu eixo de transformação de energia hidráulica em mecânica útil, foi utilizado a Eq. 2. Na aquisição dos valores dimensionais, usou-se um paquímetro *Mitutoyo* com resolução 0,05 mm. Os valores encontrados para  $b$ ,  $D_{ext}$  e  $D_{int}$ , são 14,20 mm, 37,30 mm e 24,50 mm, respectivamente.

#### 3.2 MODELAGEM CAD 3D

Um desenho CAD 3D foi usado para dimensionamento da estrutura e equipamentos. O desenho 3D da bancada está presente na Fig. 3.

Figura 3 – Modelagem CAD 3D.



Fonte: Do autor (2019)

A Fig. 3, informa o desenho que foi desenvolvido para obter o estudo do motor hidráulico instrumentado. Foi elaborado o torque de resistência por frenagem, por contato de pastilha de freio acionada por *caliper* e disco. Este está acoplado a uma célula de carga, usada indiretamente para medir o torque gerado pela frenagem. Próximo ao eixo, foi instalado um sensor de pulso para obtenção da rotação. O valor de torque obtido na frenagem resultou em diferenças de pressão no motor, que por sua vez, foi obtido pelos transdutores presentes na entrada e na saída do fluido no motor hidráulico.

### 3.3 SIMULAÇÃO CAE ANSYS® SISTEMA DE FRENAGEM, ANÁLISE MODAL DO DISCO E SEU SUPORTE E FREQUENCIA NATURAL DO MOTOR

Após a determinação do sistema de resistência ao movimento, foi importado ao *software Ansys*® o modelo CAD do contato entre pastilha e disco. A finalidade desta simulação numérica foi obter resultados para direcionar a fabricação. Este resultado da simulação estudou o êxito de suportar o torque resultante no motor hidráulico gerado pelo sistema hidráulico em sua máxima potência. Os dados de entrada para a simulação foram teóricos, considerando o atrito de contato dos materiais e suas dimensões reais. Os dados estão presentes na Tab. 1.

Tabela 1 – Parâmetros presentes na análise da simulação de resistência ao torque.

Propriedades	Disco	Pastilha
Massa específica [kg/m <sup>3</sup> ]	7850	2740
Módulo de elasticidade [GPa]	200	7,2
Coefficiente de Poisson [--]	0,3	0,2
Coefficiente de atrito no contato [--]	0,45	0,45

Fonte: Do autor (2019).

As propriedades dos materiais do disco, são do modelo *standard* disponibilizado pelo *software*. O valor que foi atribuído maior atenção foi o coeficiente de atrito entre superfícies. Utilizou-se o valor de acordo com estudos de um veículo BAJA em paralelo a este trabalho.

No sistema em análise, utilizou-se uma pressão em 140 bar no sistema hidráulico para resultar o torque de 18,5 Nm inserido na simulação, de acordo com a Eq. 3. A força normal no contato foi desenvolvida pelo princípio de Pascal, Eq. 7. Usou-

se a área disponibilizada pelo modelo CAD e a pressão que foi utilizado no *caliper*, 8 bar. Disponibiliza a força resultante de 680 N. A Fig. 4-a, apresenta a simulação para o suporte do sistema frenagem do motor hidráulico.

Com finalidade de evitar a possibilidade do fenômeno de ressonância no estudo, utilizou-se a ferramenta de análise modal do *software Ansys®* em local que apresenta mais fragilidade devido ter menor rigidez de estrutura. Foi determinado a frequência de excitação que deve ser evitada.

A Tab. 2, apresenta parâmetros utilizadas para análise modal.

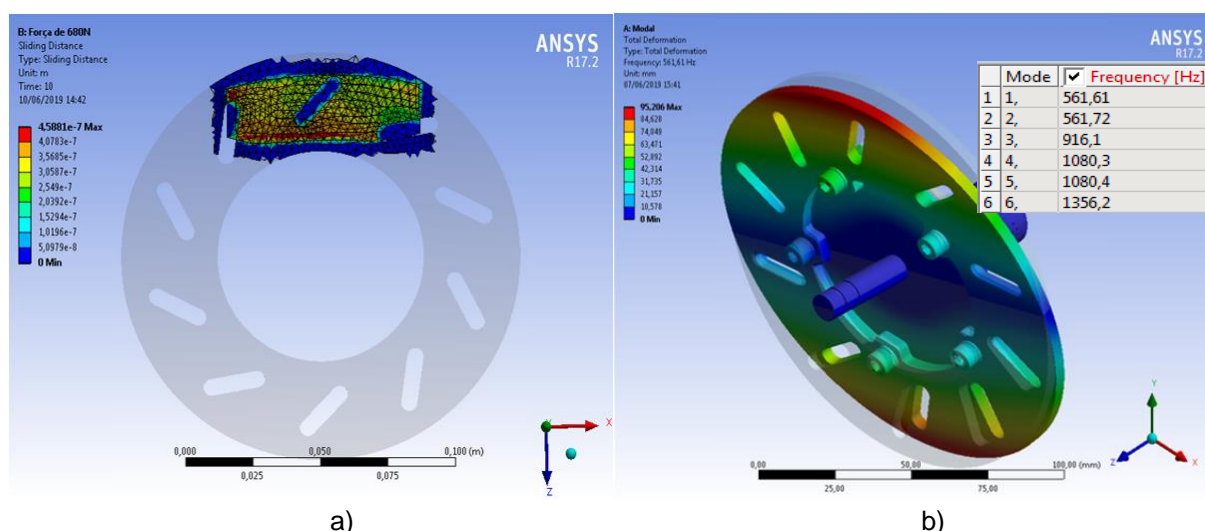
Tabela 2 – Propriedades da análise de escorregamento estrutural.

Propriedades	Eixo	Disco
Massa específica [kg/m <sup>3</sup> ]	7900	7860
Módulo de elasticidade [GPa]	200	207
Coefficiente de Poisson [--]	0,29	0,27

Fonte: Do autor (2019).

Introduzido os parâmetros informados na Tab. 2 na análise modal, gerou-se o resultado presente. O resultado presente na Fig. 4-b, no qual informa os resultados dos modos de vibrar e suas frequências responsáveis.

Figura 4 – a) Simulação de deslizamento entre pinça e disco. b) Análise modal em *Ansys®* do disco e suporte do disco e suas frequências de ressonância.



Fonte: Do autor (2019)

O resultado obtido na simulação, relatou que o sistema resistivo suportou o torque do motor hidráulico. A coluna à esquerda na Fig. 4-a, demonstrou um não

escorregamento significativo entre o contato das pastilhas e disco com um valor máximo de deslocamento de  $4,5891 \times 10^{-7}$  m.

A análise na Fig. 4-b mostrou cinco modos de vibrar e alto deslocamento, presente na coluna a esquerda, sendo 95,206 mm, para quando a frequência de excitação atingir a natural. Verificou-se por meio da Eq. 15 se as frequências foram as mesmas. Foi utilizado uma unidade de potência conhecida para a primeira conversão de energia, a qual possui uma vazão máxima de 22,7 l/min, então se quantificou o valor máximo de 47,47 Hz de excitação, considerando um rendimento teórico de cem por cento para este cálculo com finalidade de não subestimar o sistema.

As malhas geradas foram avaliadas pela ferramenta *Body Sizing*. Segundo modelo do software *Ansys*<sup>®</sup>, a malha apresentou boa qualidade. A avaliação é de 0 até 1, sendo valores próximos a 1 indicando uma baixa qualidade de malha. A maior parte dos valores para qualidade de malha ficaram entre 0 e 0,5, sobrando uma pequena quantidade de geometria de malha considerada ruim, mas não influenciando de maneira significativa no resultado (ANSYS, 2009).

Para conhecer outra frequência aproximada a se evitar, usou-se a Eq. 14. Para  $V_M = 8,32 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$ ,  $V_1 = 1,53 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$ ,  $\beta = 1,48 \text{ GPa}$  para 0 bar e 1,54 GPa para 80 bar e adotou-se por facilitação de cálculo  $I = 4,2 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2$ , encontrando um intervalo aproximado entre  $f_0 = 9,97 \text{ Hz}$  e  $f_{80} = 10,18 \text{ Hz}$ .

### 3.4 CÁLCULO DO MOMENTO DE INÉRCIA DE MASSA DO ACIONAMENTO

Sendo um dado para cálculo do movimento do acionamento e simulações preliminares, o momento de inércia foi obtido pelo software *SolidWorks*<sup>®</sup> e depois determinado pela Eq. 6 para confirmação dos resultados obtidos pelo modelo CAD. A Tab. 3 apresenta os valores informados pelo CAD 3D e os calculados para validação.

Tabela 3 – Momento de inércia de massa do *SolidWorks*<sup>®</sup> e cálculo.

Item	Quantidade	Momento de inércia [kgm <sup>2</sup> ]	
		SolidWorks	Calculado
Disco	1	0,001248354	0,001257235
Eixo Suporte	1	0,000140964	0,000140917
Parafuso	5	0,000032979	0,000032973
Arruela	10	0,000004873	0,000004873
Porca	5	0,000013464	0,000011928
<b>Total [kgm<sup>2</sup>]</b>	22	0,001440035	0,001447927

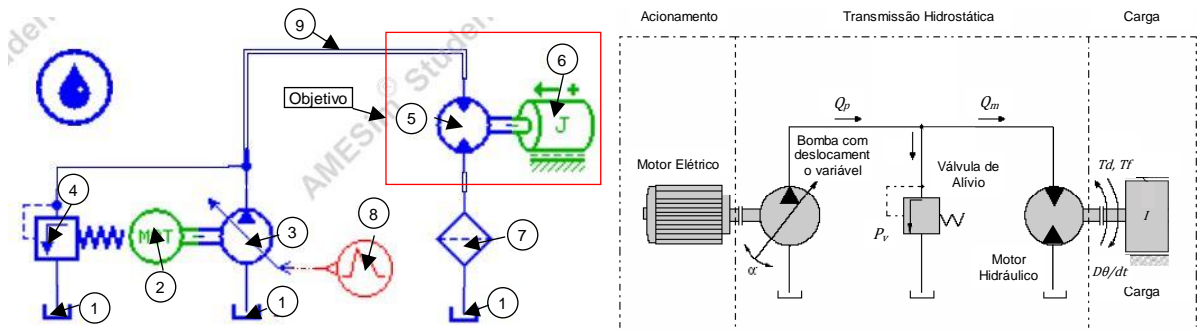
Fonte: do Autor (2019)

A Tab. 3 apresentou valores quase que similares se comparados ao do modelo CAD. Os valores de densidade para obter a massa foram de 7900 e 8000 kg/m<sup>3</sup>, o primeiro, do aço 1020 do eixo de suporte, e o segundo, do aço inox do disco de freio. O parafuso, porca e arruela, a densidade adotada foi de 7700 kg/m<sup>3</sup>, de material aço liga. As diferenças de valores são devido a não adoção de geometria complexa para modelo de cálculo, como no caso da porca, que apresentou diferença de 11,4%.

### 3.5 ELABORAÇÃO DE UM SKETCH E PARAMETRIZAÇÃO EM SOFTWARE AMESIM®

Para proporcionar uma comparação de resultados, foi desenvolvido um modelo em *software*. A Fig. 5 apresenta um *Sketch* e o seu circuito hidráulico, ambos elaborados a partir dos equipamentos utilizados para o acionamento com as informações presentes na Tab. 4.

Figura 5 - *Sketch* AMESim® e correspondente circuito hidráulico.



Fonte: do Autor (2019)

A parametrização da Fig. 5 foi definida com os dados de cada equipamento da bancada. Para simular o comportamento do motor hidráulico, utilizou-se dados de entrada variáveis, como torque de resistência e deslocamento volumétrico da bomba hidráulica, proporcionando a obtenção de resultados de operação com condições próximas a real.

Salienta-se que durante a simulação não foi parametrizado os vazamentos internos da bomba e do motor hidráulico, devido a variação de pressão ocasionada pelo carregamento em torque.

Tabela 4 – Componentes do sistema hidráulico.

Item	Descrição	Código AMESim	Parâmetros
1	Reservatório 50 L	TK000	-
2	Motor Elétrico – 1740 RPM – 4cv	PM000	1740 rev/min
3	Bomba de Palheta	PU002	12,58 cm <sup>3</sup> /rot
4	Válvula de Alívio	RV000	80 bar
5	Motor Hidráulico	MO001	8,32 cm <sup>3</sup> /rot
6	Torque resistivo por frenagem	RL00	0,00144 kgm <sup>2</sup> 0 - 11 Nm
7	Filtro de Retorno	OR0000	-
8	Sinal para controle de volume da Bomba	UD00	0 - 1
9	Tubulação	HL002	10 mm

Fonte: do Autor (2019)

As informações presentes na Tab. 4 descrevem o modelo do *sketch* e os equipamentos disponibilizados. Foi utilizado um sinal variável de 0 a 1 informado no item 8 para controle do volume da bomba hidráulica, o qual teve como referência a maior rotação desenvolvida no motor hidráulico, então parametrizando a bomba hidráulica. O valor 1 para 12,58 cm<sup>3</sup>/rot e parado 0, com 0 cm<sup>3</sup>/rot.

### 3.6 SELEÇÃO E AJUSTE DE SENSORES

Os sensores elétricos utilizados para verificação do comportamento de torque e diferencial de pressão do sistema hidráulico, foram aferidos e levantado as curvas que descrevem a transformação do sinal elétrico no desejável, como pressão e força. Para a alimentação dos sensores, foi usada uma fonte ICEL PS 5000 0 - 30V. Os transdutores de pressão e célula de carga foram alimentados com 24Vcc e o sensor indutivo com 10Vcc.

Utilizando o *software LabVIEW*<sup>®</sup>, interpretou-se os sinais de variação de tensão disponibilizado pelos sensores. Os sinais foram recebidos por uma placa de aquisição de dados da *National Instruments*<sup>®</sup>. Para ajuste, foi estimulado para os sensores de pressão diferenças de 5 bar. O processo de coleta de dados se realizou até 100 bar para cada transdutor de pressão, tanto para o acréscimo quanto para o decréscimo de pressão. A célula de carga do tipo S, foi limitada em 2000 newtons, repetindo o procedimento de tração em uma máquina EMIC DL 10000 três vezes.

Importou-se os dados para o *software Excel*<sup>®</sup>, verificando o comportamaneto dos sensores e então obtendo os modelos matemáticos para a transformação das grandezas.

Os modelos matemáticos para obtenção de pressão de entrada, pressão de saída e célula de carga, são  $f(x) = 0,0999x - 0,0007$ ,  $f(x) = 0,0992x + 0,1122$  e  $f(x) = 0,0029x + 0,5012$  respectivamente.

Os modelos presentes são resultados de médias das equações obtidas pelos procedimentos, com finalidade de diminuir o desvio de valores informados pelos sensores.

Um sensor indutivo do tipo PNP foi selecionado para obter o período de seus pulsos na revolução do motor hidráulico. Utilizando a informação do tempo, obteve-se por equação a rotação instantânea.

### 3.7 FABRICAÇÃO DA BANCADA

Fabricou-se a bancada de acordo com o modelo CAD e seus dimensionamentos obtidos pelas simulações do sistema. Usou-se métodos de corte, soldagem, furação, montagem, pintura e acabamento.

### 3.8 ENSAIO EXPERIMENTAL

Com relação as informações do comportamento da bancada presentes nas Figs. 8, 10 e 11, usou-se como dado de entrada a variação na pressão da *caliper* de freio. Controlou-se a variação da resistência ao movimento pelo torque resultante com a variação da pressão no *caliper*. Foi variado 1 Nm por ensaio, até o movimento do motor hidráulico parar. O controle do torque foi visual no supervisor da Fig. 7. A válvula de alívio do sistema ficou limitada em 70 bar para o ensaio de menor rotação devido limitação do controle de compensação de pressão da bomba hidráulica para o determinado deslocamento dela. Para as demais, 80 bar.

Para cada curva de comportamento, utilizou-se um deslocamento volumétrico da bomba hidráulica da unidade de potência. Estes volumes, resultaram intervalos de 200 rpm no motor hidráulico. Iniciou-se em 2600 e terminou em 600 rpm.

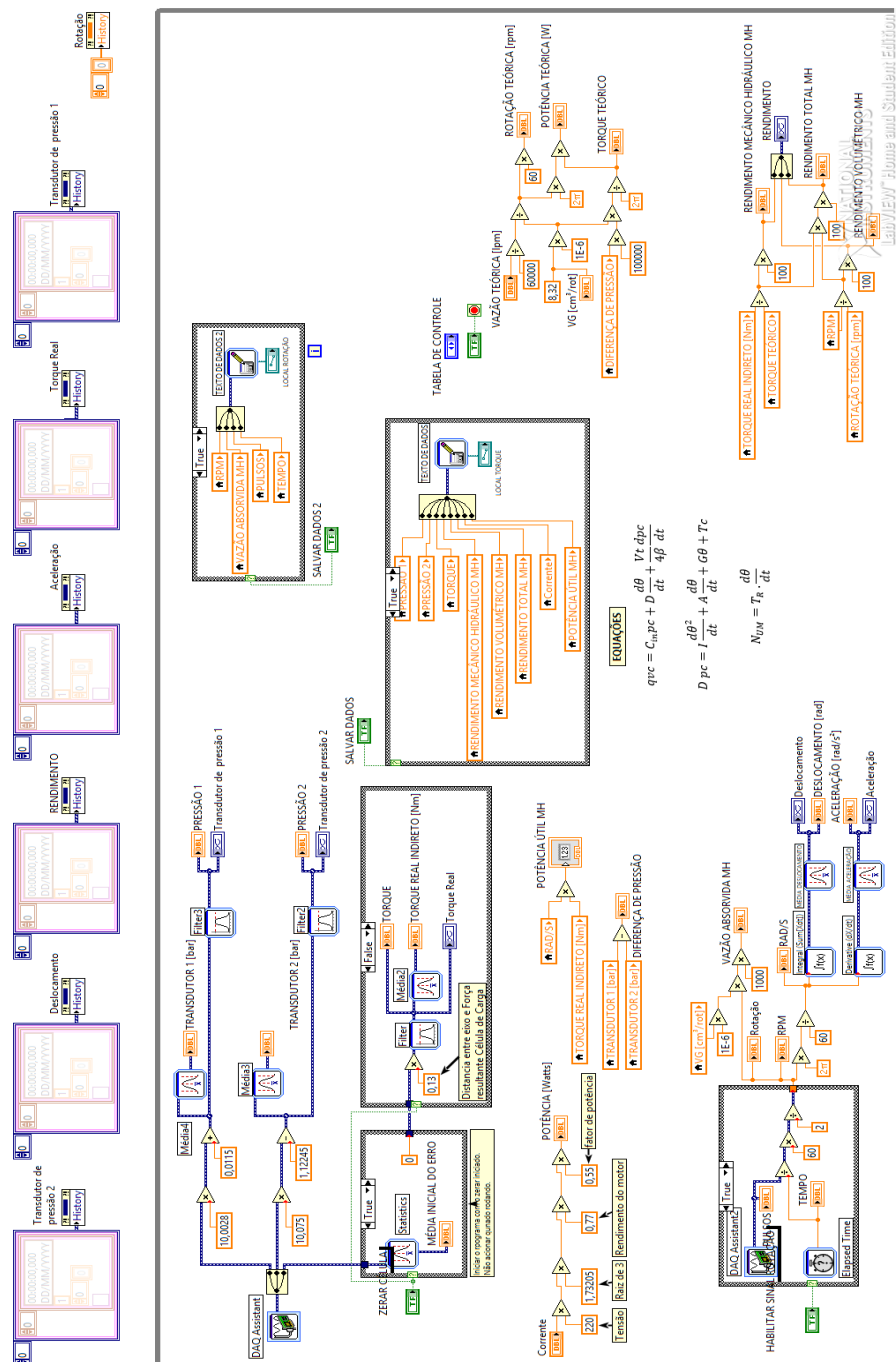
Os dados que os transdutores de pressão, célula de carga e sensor indutivo desenvolveram durante acionamento do estudo, foram detectados por meio do software *LabVIEW*<sup>®</sup>. Além disso, a temperatura do óleo hidráulico do reservatório ficou entre 38 e 42 °C e esteve monitorada por um pirômetro.

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 4.1 INSTRUMENTAÇÃO

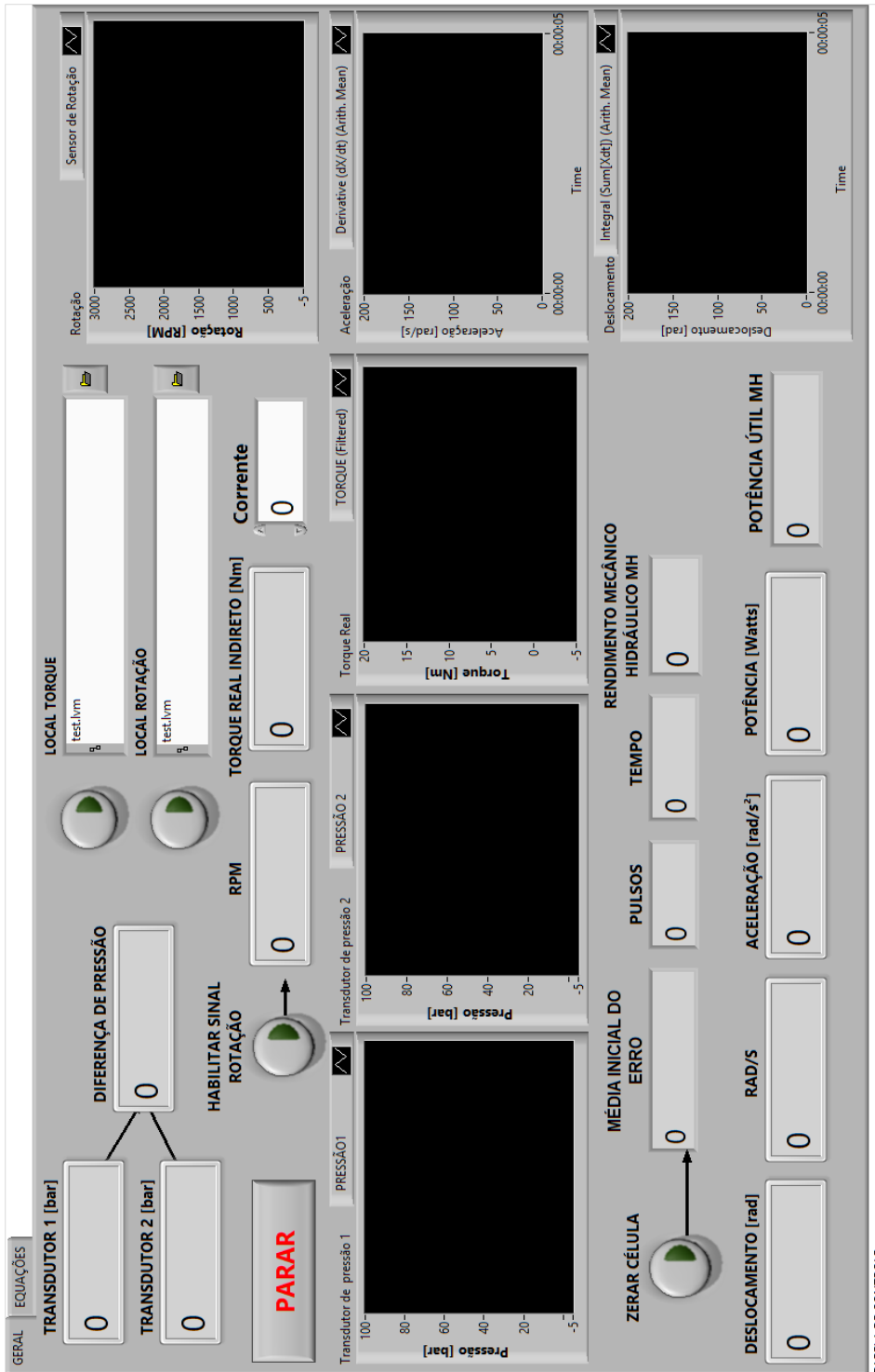
Na Fig. 6 e 7 são apresentados a programação e o supervisor do programa desenvolvido para a aquisição de dados do acionamento hidrostático.

Figura 6 – Programa desenvolvido em LabVIEW® para a aquisição de dados dos sensores.



Fonte: do autor (2019)

Figura 7 – Sistema supervisor dos comportamentos da bancada no LabVIEW®.



Fonte: do autor (2019)

Na Fig. 6, é apresentado a programação em diagrama de blocos criada para trabalhar com os dados que os sensores disponibilizam. Utilizou-se ferramenta para aquisição das grandezas pressão, força e pulso.

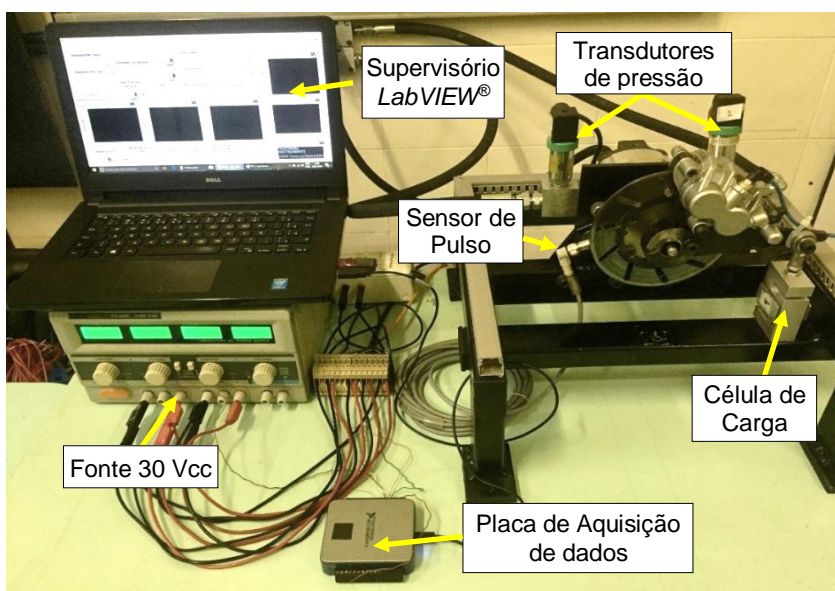
Na programação, utilizou-se modelos matemáticos encontrados nos ajustes dos sensores para obtenção das grandezas desejadas. Os dados instantâneos são apresentados de forma numérica e gráfica conforme apresentado na Fig. 7. O sinal de tensão elétrica da célula de carga foi convertido em torque, usando a distância entre o centro da célula de carga até o eixo de rotação do motor hidráulico, obtendo em momento o torque desenvolvido para cada caso.

Criou-se ainda condições para minimizar o erro do sinal da célula de carga, para quando não se estiver aplicando nenhuma carga, o sinal apresentar o valor mais próximo a zero. Também foi priorizado desenvolver na Fig. 7 um supervisor de fácil entendimento com os dados obtidos com a programação, priorizando a interpretação dos dados por acadêmicos com finalidade evitar dúvidas.

#### 4.2 BANCADA DE ESTUDO

A bancada instrumentada fabricada para o estudo do motor hidráulico está informada na Fig. 8.

Figura 8 – Bancada de estudo do Motor Hidráulico fabricada e instrumentada.



Fonte: do autor (2019)

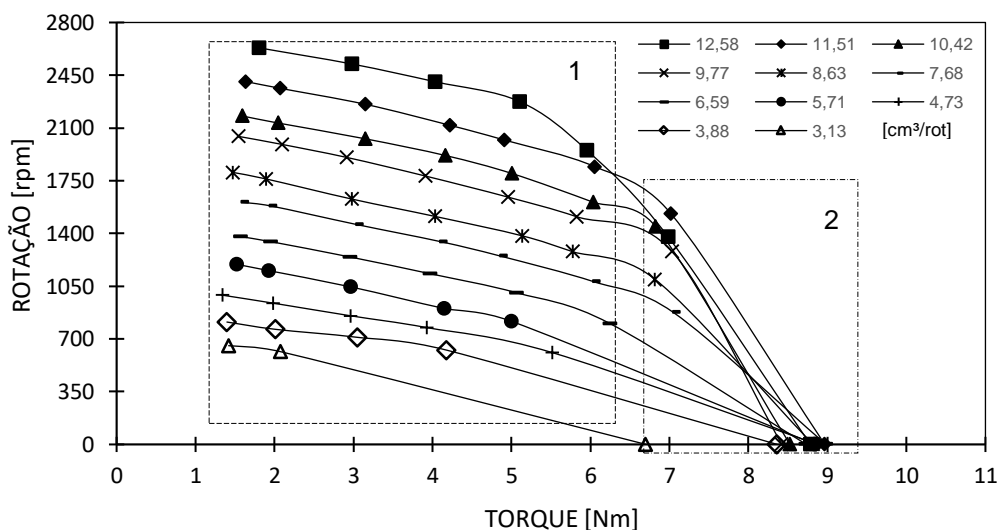
Nesta imagem é verificado semelhança a Fig. 3, a qual foi modelo de referência para seu desenvolvimento. A bancada da Fig. 8 apresentou funcionalidade para o objetivo inicial do trabalho.

### 4.3 COMPORTAMENTO DE OPERAÇÃO DO MOTOR HIDRÁULICO

#### 4.3.1 Torque e Rotação

A Fig. 9 apresenta o comportamento preliminar do movimento do motor hidráulico, resultando em diferentes valores de rotação, gerando algumas perdas na vazão utilizada pelo motor. As curvas apresentadas são resultados médios dos dados obtidos dos diferentes níveis de pressão aplicado ao *caliper* da frenagem.

Figura 9 – Curvas de operação para o torque e rotação do motor hidráulico.



Fonte: do autor (2019)

A redução da rotação com o aumento do torque, é explicado pelo incremento do diferencial de pressão gerado pela resistência ao movimento oferecida pelo sistema de frenagem (geometria 1). De acordo com LISINGEN (2013), o aumento deste diferencial no motor hidráulico gera vazamento interno, que é diretamente proporcional ao aumento de pressão. Na geometria 2 percebe-se na uma queda brusca nos valores de rotação para cada deslocamento volumétrico avaliado. Esse comportamento ocorre devido a abertura da válvula de alívio, permitindo um maior desvio de vazão ao reservatório, e conseqüentemente uma menor vazão entregue ao motor hidráulico.

Na Tab. 6, apresenta-se os valores de desvio padrão do torque para cada ponto das curvas obtidas na Fig. 9, já que se refere a média de valores disponibilizado pelos sensores.

Tabela 6 – Desvio padrão das médias do torque (Nm) obtidas no estudo.

Nº	Curvas [cm³/rot]										
	12,58	11,51	10,42	9,77	8,63	7,68	6,59	5,71	4,73	3,88	3,13
1	0,023	0,030	0,023	0,023	0,026	0,024	0,024	0,028	0,027	0,029	0,028
2	0,021	0,025	0,029	0,036	0,030	0,025	0,030	0,026	0,092	0,034	0,048
3	0,066	0,036	0,033	0,044	0,031	0,053	0,116	0,051	0,067	0,038	0,006
4	0,067	0,039	0,037	0,047	0,052	0,053	0,058	0,202	0,048	0,069	-
5	0,061	0,053	0,052	0,058	0,053	0,046	0,058	0,079	0,174	0,091	-
6	0,067	0,057	0,070	0,089	0,080	0,058	0,121	0,166	0,056	-	-
7	0,146	0,066	0,086	0,082	0,073	0,089	0,005	-	-	-	-
8	-	0,089	0,075	0,076	0,105	0,103	-	-	-	-	-

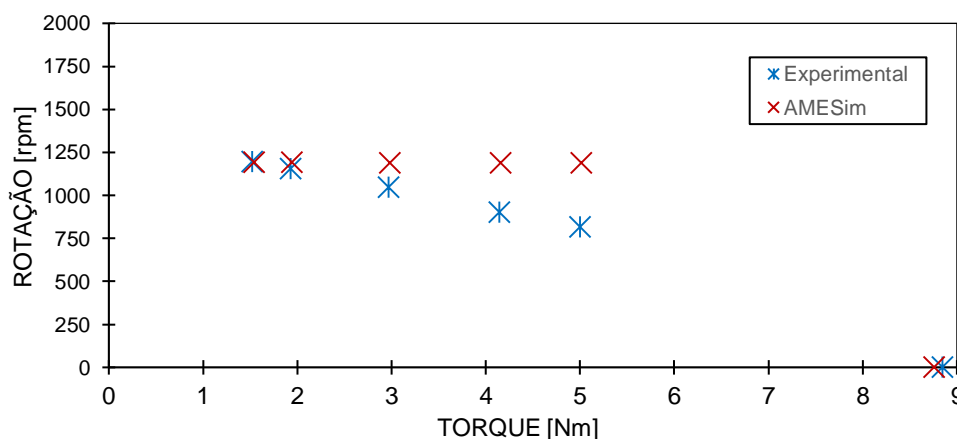
Fonte: do autor (2019)

O torque informado pelo supervisor do *LabVIEW*<sup>®</sup>, apresentou em ensaios instabilidade durante monitoramento, porém, foi possível de ser controlado ajustando pressão no *caliper*. Devido a este comportamento, verificou-se os desvios em cada ponto do estudo para aferição das variações dos resultados apresentados. Essa instabilidade do torque foi gerada devido o não paralelismo das superfícies de contato entre disco e pastilha do freio constante.

#### 4.3.2 Simulação em AMESim<sup>®</sup> Torque e Rotação

Para verificação de comportamento do motor hidráulico, aplicou-se condições de uma curva comportamental presente na Fig. 8, utilizando o *sketch* e parametrizações da Fig. 5. Simulou-se a curva de deslocamento volumétrico 5,71 cm³/rot., verificando comportamento em *software* utilizando a mesmas condições do ensaio experimental. A comparação simulação e experimental está na Fig. 10.

Figura 10 – Comparativo entre simulação e experimental.



Fonte: do autor (2019)

O deslocamento volumétrico da bomba utilizado, e o torque ideal utilizado no motor para simular a carga na atividade experimental foram usados como dado de entrada dos ensaios. O torque ideal se obteve pelo programa *LabVIEW*<sup>®</sup> com uso do diferencial de pressão a cada instante mostrada pela Eq. 3.

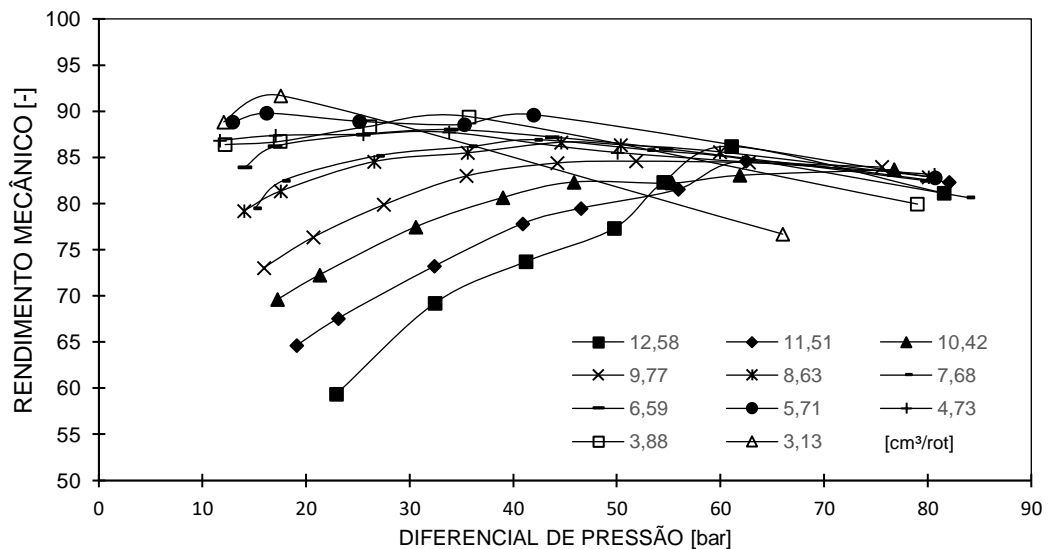
O comportamento em simulação apenas demonstrou desvio de fluxo de óleo ao reservatório com pressão de parametrização da válvula de alívio atingida. Também não foi possível parametrizar nenhum vazamento interno da bomba e do motor hidráulico. Este vazamento interno não modelado, é explicado por não ter sido desenvolvido a modelagem de vazamentos por folgas internas no atuador, para então representar o espaço existente entre superfícies de contato, como entre as engrenagens, e o corpo do motor hidráulico.

O comportamento em *AMESim*<sup>®</sup> trouxe uma curva ideal de funcionamento, porém, (HANNIFIN, 2001) aborda que este comportamento é mais próximo quando utilizado sistemas de controles hidráulicos, compensando o *deficit* em alguma saída por uma compensação em devido parâmetro.

### 4.3.3 Rendimento Mecânico e Pressão

Dos resultados obtidos nos ensaios da Fig. 9, avaliou-se também o rendimento mecânico do motor hidráulico para cada condição de teste (Fig. 11).

Figura 11 – Dados de eficiência mecânica para diferenças de pressão no motor hidráulico.



Fonte: do autor (2019)

Notou-se um comportamento deste rendimento proporcional a pressão de operação para as curvas até o último ponto. Segundo (LISINGEN, 2013) e (ANDERSON, 2003), a relação entre o torque ideal presente na Eq. 3, e o torque de saída no eixo do motor hidráulico representa sua eficiência, presente na Eq. 12.

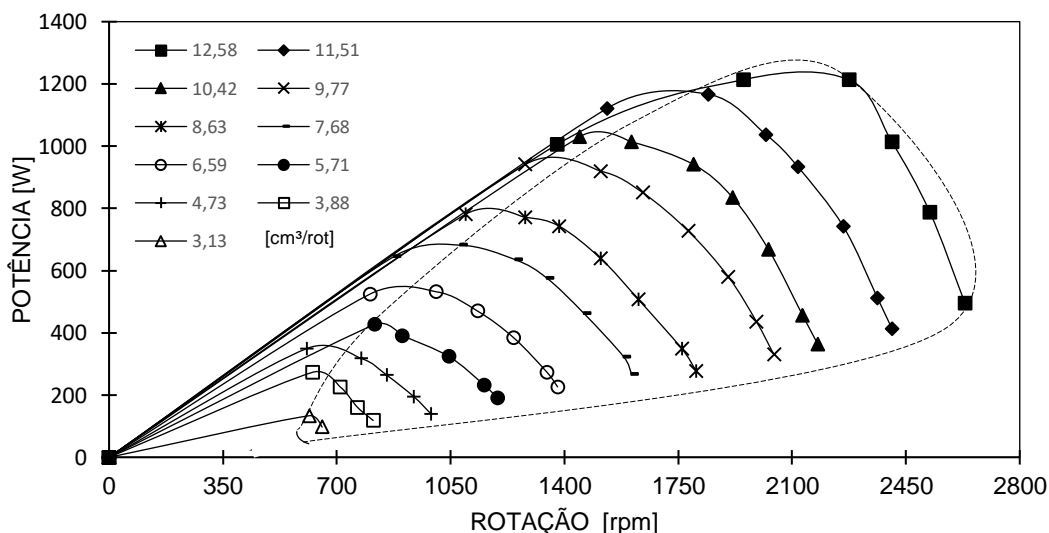
O último ponto de análise para cada curva, são os que geraram maior pressão no motor hidráulico. O aumento da pressão no sistema hidráulico resultou abertura completa de válvula de alívio e então a parada do movimento.

O torque de atrito mecânico agindo em posição estática no motor hidráulico, possui maior intensidade devido à dificuldade ao movimento, isto pelo fato de apresentar coeficiente de atrito maior. O torque de atrito viscoso em regime de lubrificação a seco, apresenta coeficiente de atrito viscoso maior que em região elasto-hidrodinâmica (KHONSARI, 2005). As resistências ao movimento, justificam a redução de sua eficiência em alta pressão de trabalho.

#### 4.3.4 Potência e Rotação

A Eq. 11, que descreve a potência útil de saída disponível no eixo do motor hidráulico, está presente na Fig. 12 para cada ponto analisado na bancada.

Figura 12 – Curvas para potência no eixo de saída do motor hidráulico.



Fonte: do autor (2019)

A Fig. 12 apresenta um comportamento entre rotação e potência, esta resultante da Eq. 11. O torque para cada ponto está presente na Fig. 9. É possível

verificar o comportamento condizente com o modelo matemático, pois com o aumento do torque obteve-se aumento da potência.

O aumento de torque gerou aumento de pressão resultando vazamento interno (RABIE, 2009), assim diminuiu a rotação pelo decréscimo da vazão entregue ao motor. Dessa forma, influencia na saída da potência e não apresenta comportamento linear. As curvas expostas na Fig. 12 destacam os pontos nos quais haviam vazamentos interno ou abertura completa da válvula de alívio, então não havendo rotação constante com o aumento do torque, distanciando de uma linearidade.

## 5. CONCLUSÃO

A partir dos resultados dos testes e da utilização da bancada experimental, pode-se inferir as seguintes conclusões tecnológicas e acadêmicas:

### Tecnológicas:

- Os materiais do disco para simulação de carga por contato, adquiriram muito calor durante os testes. Este ganho de temperatura influenciou na resistência do movimento no decorrer do tempo em pressão de frenagem constante;
- A utilização de ar pressurizado para uso em *caliper*, comumente utilizado fluido de freio, é funcional para suporte de um sistema com torque de até 9 Nm de torque útil com pressão de até 6 bar em temperatura ambiente.
- A resistência ao movimento em regime de lubrificação próximo a seco, gera perda de torque, reduzindo diretamente a eficiência mecânica do motor hidráulico para uma determinada parametrização;
- A não linearidade apresentada nos resultados experimentais, mostram que os modelos matemáticos de torque e potência atendem a determinadas condições fixas, diferentemente do que ocorreu para a vazão de operação a cada pressão;
- O conhecimento dos erros de medição, tornam-se indispensáveis para o controle dos limites de operação dos sensores elétricos. Assim os acadêmicos visualizam os conceitos visto em outras áreas durante o curso de engenharia e aplicam para corrigir os resultados.

### **Acadêmicas:**

- A ligação de conteúdos abordadas na engenharia, ficam mais visíveis quando validado de forma experimental. Isto passa ser interessante pois outros acadêmicos possam ter a percepção de influências técnicas de um componente em operação;
- Por meio de uma bancada de testes, aluno pode adquirir conhecimento e facilidade para análise de comportamento de um acionamento hidrostático. Assim como as curvas de operação e indicadores numéricos apresentados no supervisor, que irão facilitar o aprendizado de conteúdos teóricos importantes ao engenheiro mecânico, que tradicionalmente são desenvolvidos apenas com aulas teóricas.
- A bancada habilita justificar resultados de acordo com a literatura e trabalhos elaborados na área, estimulando o aluno, agente em contato a ter interesse de entender os comportamentos e suas influências;

Propostas para dissipação de ganho de temperatura ou mesmo controle, se destacam para estudos futuros nesta bancada, tanto para o fluido, quanto para um controle de resistência por contato, como o caso *caliper* e disco.

### **Agradecimentos**

Aos colaboradores do laboratório LASPHI, pelo espaço e equipamentos disponibilizados. À minha família que muito contribui para este resultado, e aos colegas que me possibilitaram melhorar este trabalho.

### **REFERÊNCIAS**

Anderson, T. O., “*Fluid Power System: Modeling and Analysis, Second Edition*”, Institute of Energy Technology 2003.

ANSYS. Meshing Application Introduction. Appendix A - Mesh Quality. Abril, 2009.

Beer, F. P., Johnston, E. R., Mazurek, D. F., Eisenberg, E. R., 2011, “*Mecânica Vetorial Para Engenheiros: Estática*”, 9th edição, São Paulo, 523 p.

De Negri, V. J., 2001, “*Sistemas Hidráulicos e Pneumáticos para Automação e Controle: Parte III – Sistemas Hidráulicos para Controle*” – Apostila de graduação e Pós-graduação, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, Departamento de Engenharia Mecânica, Florianópolis-SC, 78 p.

Dörr, H., Ewald, R., Hutter, J., Kretz, D., Liedhegener, F., Schmitt, A. “*The Hydraulic Trainer Volume 2 – Proportional and Servo Valve Technology*”. Mannesmann Rexroth GmbH, Lohr am Main, 1986.

Dubev, D. K., Yadav, R. L., Kumar, M., “*Calibration of Force Transducers*”, IJSRD - International Journal for Scientific Research & Development, Vol. 3, pp. 902-904.

Durfee, W., Sun, Z., Vem, J. V., “*Fluid Power System Dynamics*”. Minneapolis, USA, 2015, 50 p.

Khonsari, M. M., LU, X. “*On the lift-off speed in journal bearings*”. Tribology Letter, v. 20, p. 299-305, 2005.

Lana, E. D., 2005, “*Avaliação do rendimento de bombas hidráulicas de engrenagens externas através de medição de temperatura*”, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, Florianópolis/SC, Brasil, 99 p.

Lima, I. A. M., Nunes, M. A. A., “*Design and Construction of a Test Bench for Study of Vibration Analysis Techniques Applied to Predictive Maintenance*”. 23rd ABCM International Congress of Mechanical Engineering – COBEM, December 6-11, 2015, Rio de Janeiro, RJ, Brazil.

Linsingen, I. V. “*Fundamentos de sistemas hidráulicos*” / Irlan Von Linsisngen, 4. Ed. Florianópolis: Ed. da UFSC, 2013.

MATHWORKS. Frictional brake with pressure-applying cylinder and pads. Disponível em: <https://www.mathworks.com/help/physmod/sdl/ref/discbrake.html>. Acesso em: 22 de abril de 2019.

NATIONAL INSTRUMENTS. Data Acquisition. Disponível em: <http://www.ni.com/data-acquisition/what-is/pt/>. Acesso em: 25 de abril de 2019.

Neto, O. M., Santos, C. A. M., Paula, I. C., Grimoni, J. A. B., “*Desafios da educação em engenharia: Formação em engenharia, capacitação docente, experiências metodológicas e proposições*.” Ed. ABENGE, Brasilia, 2014, 370p.

Pacheco, M. I., 2011, “*Projeto Teórico-experimental de uma Furadeira Hidráulica*”, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, Florianópolis/SC, Brasil, 195 p.

Hannifin, P, 2001, “*Tecnologia Hidráulica Industrial*” – Apostila Hidráulica, Jacaraí-SP, 232 p.

Pegoraro, M., Gomes, F. A. A., Novak, P. R., 2018, “*Study of modal analysis based on fluid-structure interaction*”, Ibracon Structure and Materials Journal, Vol. 11, N. 6, pp. 1391 – 1417.

Pepplow, L. A., Silva, J. C., Sanches, P., “Abordagem Web para Orientar a Modelagem e Simulação Dinâmica Unidimensional de Sistemas de Engenharia”. 6<sup>th</sup> National Congress of Mechanical Engineering - CONEM, August 18 – 21, 2010, Campina Grande, Paraíba, Brazil.

Petry, D. R., Roman, D. J., Pilatti, C. A., Demeterko, C. D. M. S., & Oro, I. M. Estratégias competitivas em instituições de ensino superior: um estudo de caso à luz da visão baseada em recursos. *Revista Gestão Universitária na América Latina-GUAL*, v. 10 (2), p.1-19, 2017.

Rabie, M. G. “*Fluid Power Engineering*”. McGraw-Hill Companies, Inc. 2009.

Raduenz, H., 2018, “*Experimental and Theoretical Analysis of a Hydrostatic Transmission for Wind Turbines*”, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, Florianópolis/SC, Brasil, 206 p.

Rao, S., “*Vibrações mecânicas*”, Ed. Pearson, 4th edição, São Paulo, 2008, 420 p.

Sandu, I., “*Calibration of the Pressure Transducers*”. International Workshop on Advanced Methods for Uncertainty Estimation in Measurement, July, 6-7, 2009, Bucharest, Romania.

Shigley, J. E., Mischke, C. R., Budynas, R. G. 2005, “*Projeto de Engenharia Mecânica*”, 7th edition, Porto Alegre, Bookman, 960 p.

Silva, J. P. D., 2016, “*Análise de uma Válvula Reguladora de Vazão Balanceada através de Simulação Computacional e Experimental para o Controle de Velocidade de um Atuador Linear Assimétrico*”, Monografia de graduação, Faculdade SATC, Criciúma/SC, Brasil.

Silveira, A. S., de Souza, J. A. Construction, and validation of a didactic bench for characterization of compressors. *Brazilian Applied Science Review*, v. 3, n. 1, p. 121-132, 2018.

Vašina, M., Hružík, L., Bureček, A., 2018, “*Energy and Dynamic Properties of Hydraulic Systems*”, *Technical Gazette* 25, Suppl. 2, pp. 382-390.

Zhao, Y., Chen, G., Miao, C., Zhang, C., 2018, “*Design and Dynamic Performance Analysis of an Electro-hydraulic Robot Joint*”, IEEE, 3rd International Conference on Mechanical, Control and Computer Engineering (ICMCCE), pp. 251-257.

## LISTA DE SÍMBOLOS

$qvc$	[m <sup>3</sup> /s]	Vazão de controle
$C_{in}$	[---]	Constante do vazamento interno
$pc$	[Pa]	Pressão de carga
$D$	[m <sup>3</sup> /rad]	Deslocamento Volumétrico
$d\theta/dt$	[rad/s]	Velocidade angular
$Vt$	[m <sup>3</sup> ]	Volume total contido em ambas as linhas
$\beta$	[Pa]	Módulo de compressibilidade volumétrico
$dpc/dt$	[Pa/s]	Varição de pressão
$b$	[m]	largura da engrenagem
$D_{ext}$	[m]	Diâmetro externo
$D_{int}$	[m]	Diâmetro interno
$Ti$	[N.m]	Torque ideal
$I$	[kg.m <sup>2</sup> ]	Momento de inercia de massa
$d\theta^2/dt$	[rad/s <sup>2</sup> ]	Aceleração angular
$A$	[Ns/m]	Coefficiente de amortecimento viscoso
$G$	[Nm/rad]	Coefficiente de rigidez da mola de torção
$\theta$	[rad]	Deslocamento angular
$Tc$	[N.m]	Carga externa
$r$	[m]	Distância extrema de um corpo em relação a um eixo cartesiano
$dm$	[kg]	Varição da massa do volume em modelagem
$m$	[kg]	Massa do volume em modelagem
$d$	[m]	Distância do eixo em estudo ao eixo de referência de inércia
$F$	[N]	Força normal as faces das pastilhas de freios
$Tr$	[N.m]	Torque de resistência
$\mu$	[---]	Coefficiente de atrito cinético entre pastilha de freio e disco
$P$	[Pa]	Pressão aplicada ao embolo do freio
$A_e$	[m <sup>2</sup> ]	Área do embolo da pinça de freio
$N$	[---]	Número de pastilhas de freio do conjunto
$R_{max}$	[m]	Distância superior da pastilha
$R_{min}$	[m]	Distância inferior da pastilha
$\eta_m$	[---]	Rendimento mecânico

$T_u$	[N.m]	Torque útil
$\omega_n$	[rad/s]	Frequência natural
$K_{eq}$	[N/m]	Constante elástica equivalente
$M_{eq}$	[kg]	Massa Equivalente
$f$	[Hz]	Frequência do motor hidráulico
$f_0$	[Hz]	Frequência do motor hidráulico em 80 bar
$f_{80}$	[Hz]	Frequência do motor hidráulico em 0 bar
$V_M$	[m <sup>3</sup> ]	Volume do motor
$I$	[kg.m <sup>2</sup> ]	Momento de inercia de massa
$V_l$	m <sup>3</sup>	Volume de óleo na linha de pressão motor
$\omega$	rad/s	Frequência de excitação
$n$	rps	Rotações por segundo
$f(x)$	[---]	Valor da conversão proposta
$m$	[---]	Coefficiente do comportamento linear
$x$	[---]	Sinal de entrada do sensor para conversão
$b$	[---]	Erro linear
$Q_p$	[m <sup>3</sup> /s]	Vazão disponibilizada pela bomba
$P_v$	[Pa]	Pressão válvula de alívio
$Q_m$	[m <sup>3</sup> /s]	Vazão disponibilizada ao motor hidráulico
$\alpha$	[rad]	Deslocamento volumétrico na bomba